

PHILIPS



**CURSUS
BEDRIJFSELEKTRONICA**

Elektriciteitsleer

Leerlingboek AS 3

© N.V. Philips' Gloeilampenfabrieken, Eindhoven, Nederland 1975

*Alle rechten uitdrukkelijk voorbehouden.
Vermenigvuldiging of mededeling aan derden,
in welke vorm ook, is zonder schriftelijke
toestemming van eigenares niet geoorloofd.*

Tweede, herziene druk 1976

Vijfde druk 1979

Vijfde gewijzigde druk 1979

PHILIPS



**CURSUS
BEDRIJFSELEKTRONICA**

Elektriciteitsleer

Leerlingboek AS 3

OVER DEZE SCANS

Als basis voor deze scans hebben wij gebruik gemaakt van de door 'Freeservicemanuals' in 2018 gemaakte scans. Wij hebben de pagina's van deze scans echter zorgvuldig naar de originele staat gerestaureerd, onder andere door alle persoonlijke notities en de antwoorden op alle oefeningen en vragen te verwijderen.

© N.V. Philips' Gloeilampenfabrieken, Eindhoven, Nederland 1975

*Alle rechten uitdrukkelijk voorbehouden.
Vermenigvuldiging of mededeling aan derden,
in welke vorm ook, is zonder schriftelijke
toestemming van eigenares niet geoorloofd.*

Tweede, herziene druk 1976

Vijfde druk 1979

Vijfde gewijzigde druk 1979

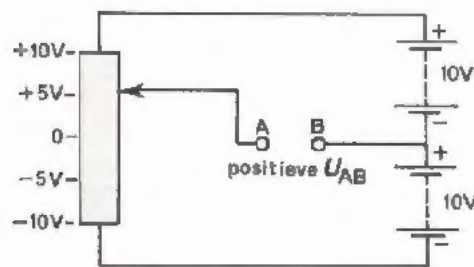
INHOUDSOPGAVE

AS 3	A24	Wisselstroom en wisselspanning.
	A25	De verschillende stroom- en spanningssoorten.
	A26	De oscilloscoop.
	A27	Meetkunde en trigonometrie.
	A28	Het meten van onbekende spanning met de oscilloscoop.
	A29	Nog wat goniometrie.
	A30	Sinusvormige wisselspanning.
	A31	De gemiddelde waarde van sinusvormige stromen en spanningen.
	A32	Herhaling 3.

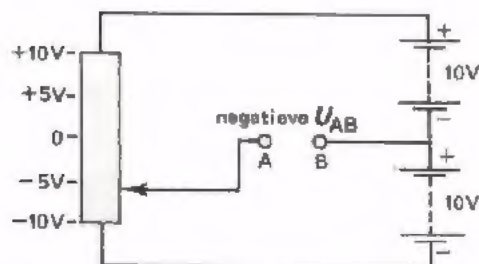
GELIJKSPANNING EN WISSELSpanNING

Tot nu toe hebben we alleen te maken gehad met spanningen waarbij een van de klemmen + en de andere - was. Dit waren *gelijkspanningen*. De stromen liepen altijd in dezelfde richting; het waren *gelijkstromen*. U krijgt ook te maken met spanningen, waarbij een pool soms + en een ogenblik later - is. De bijbehorende stromen lopen dan het ene moment in de ene richting en een ogenblik later in de andere. Dit zijn zogenaamde *wisselspanningen* en *wisselstromen*.

Voorbeeld:



Zet men de looper van de potentiometer in deze schakeling in het midden, dan is de spanning U_{AB} gelijk aan nul. Schuift men de looper omhoog, dan wordt U_{AB} positief tot maximaal +10 V.



Beweegt men de looper van uit de middenstand omlaag, dan wordt U_{AB} negatief tot maximaal -10 V.

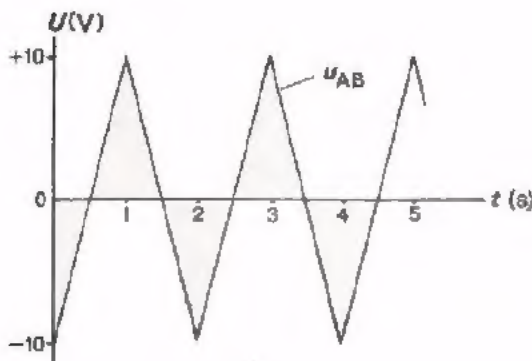
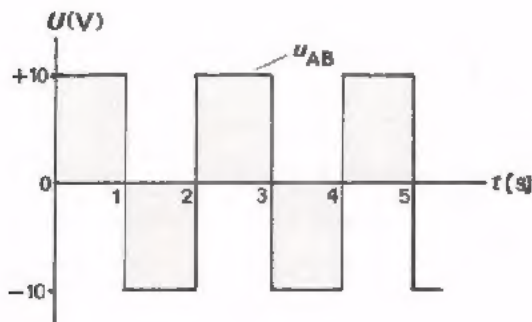
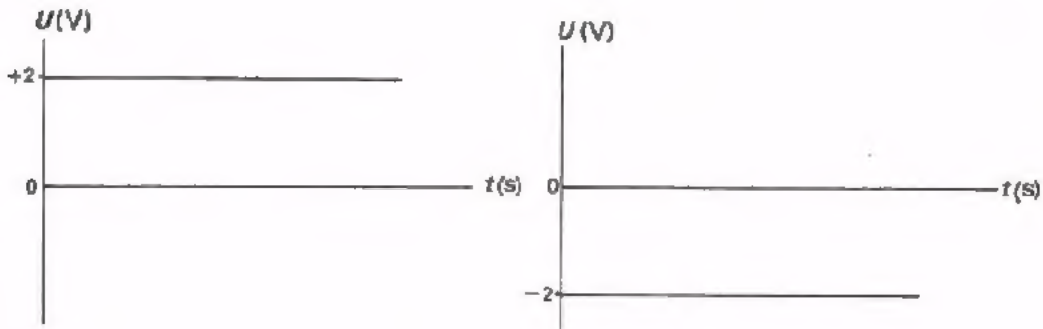
Bij het heen en weer schuiven van de looper zal A het ene moment positief en het andere moment negatief zijn ten opzichte van B. Tussen de punten A en B ontstaat op deze manier een *wisselspanning*.

Sluit men tussen de klemmen A en B een weerstand aan, dan zal tijdens het heen en weer schuiven door deze weerstand een stroom lopen beurtelings van links naar rechts en van rechts naar links. Zo'n "heen en weer gaande stroom" noemt men een *wisselstroom*.

DE GRAFISCHE VOORSTELLING VAN DE SPANNING

Omdat we tot nu toe alleen maar hebben gesproken over spanningen en stromen met *constante* waarden, was het niet nodig om te letten op de waarde van een spanning of stroom op verschillende tijdstippen. Aangezien een wisselspanning zowel als een wisselstroom op verschillende ogenblikken *witeenlopende* waarden heeft, is het daarbij wel van belang vast te leggen hoe groot deze waarde op de verschillende momenten is. Het handigste kan men dit doen in een grafiek. Daarbij zet men de *tijd* t horizontaal uit naar rechts. Verder zet men de *spanning* of de *stroom*, verticaal uit; positief naar boven en negatief naar beneden.

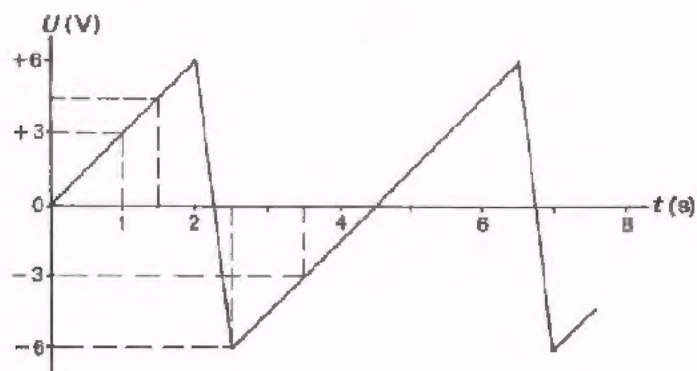
De grafische voorstelling van een positieve, resp. een negatieve gelijkspanning, ziet er dus als volgt uit:



Schuift men de looper van de potentiometer van blad A24.1 om de seconde snel van beneden naar boven en van boven naar beneden, dan verkrijgt men de geschetste wisselspanning die afwisselend positief en negatief is. Men noemt dit een *kanteelspanning* of *blokspanning*.

Schuift men de looper geleidelijk van beneden naar boven en van boven naar beneden, dan verkrijgt men nevenstaande wisselspanning. Men noemt dit wel een *driehoekspanning*.

De waarde van een wisselspanning op een bepaald moment noemt men de *momentele* waarde.

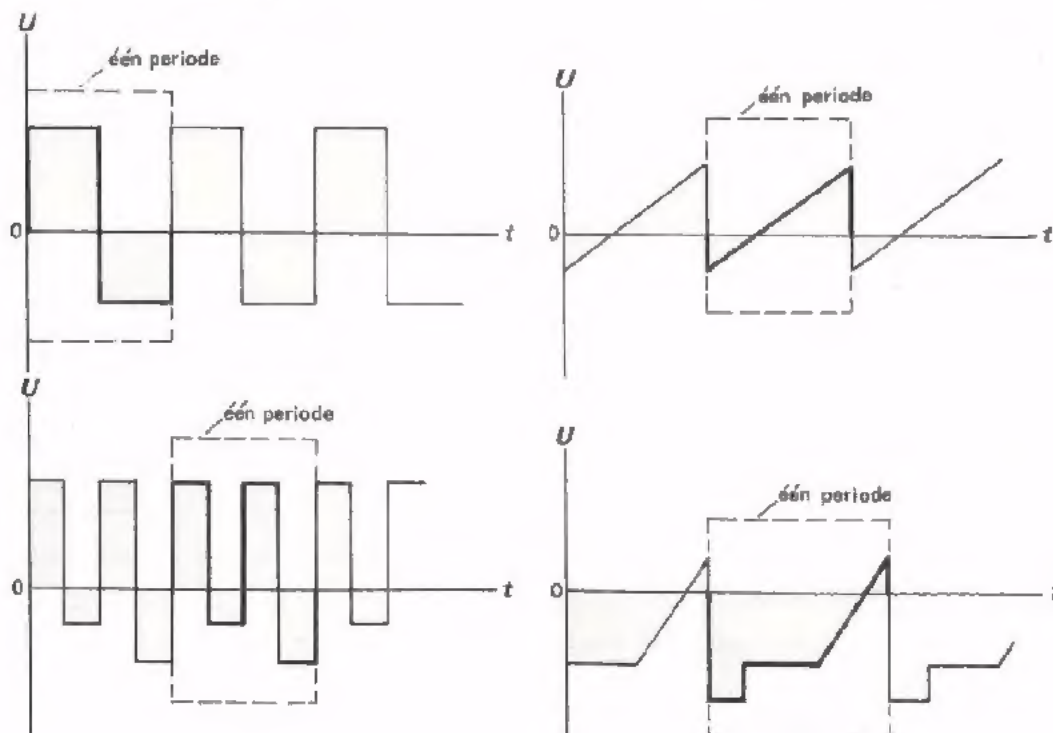


In deze grafische voorstelling van een wisselspanning is op het moment

$t = 1$	s,	de momentele waarde:	+3 V
1,5	s		+4,5 V
2,25	s		0 V
2,5	s		-6 V
3,5	s		-3 V

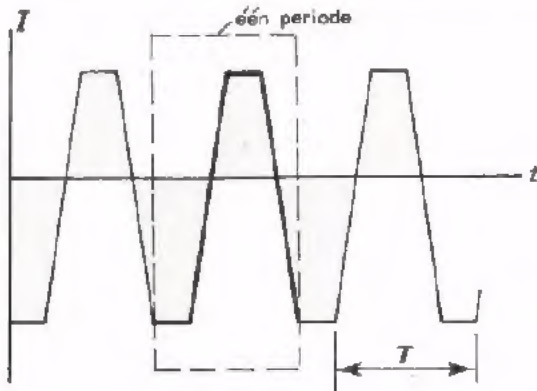
enz.

Een kleinste stuk van een wisselspanning dat zich steeds weer op dezelfde wijze herhaalt noemt men een *periode* van de wisselspanning. Bekijk onderstaande voorbeelden:



DE FREQUENTIE EN DE PERIODETIJD

We hebben gezien dat een kleinste deel van een wisselstroom of -spanning dat zich steeds op dezelfde manier herhaalt een *periode* wordt genoemd.



Het aantal perioden in één seconde noemt men de *frequentie*. Frequentie wordt aangegeven met de kleine letter *f*.

De tijd nodig voor een periode heet de *periodetijd*.

Deze geeft men aan met de hoofdletter *T*.

De *eenheid* van frequentie is de "hertz", (Hz).

Grotere eenheden zijn: 1 kHz = 10³ Hz

1 MHz = 10⁶ Hz.

Voorbeeld:

Een periode duurt 10 ms. De periodetijd is dus $T = 10$ ms. In 1 seconde = 1000 ms zijn er dus: $\frac{1000}{10} = 100$ perioden. De frequentie $f = 100$ Hz.

Aan de hand van dit voorbeeld kunnen we zien, dat algemeen geldt:

$$\text{frequentie} = \frac{1}{\text{periodetijd}}$$

In formule:

$$f = \frac{1}{T}$$

en dus $T = \frac{1}{f}$.

OEFENINGEN

1. De frequentie van de wisselspanning van ons lichtnet bedraagt 50 Hz.

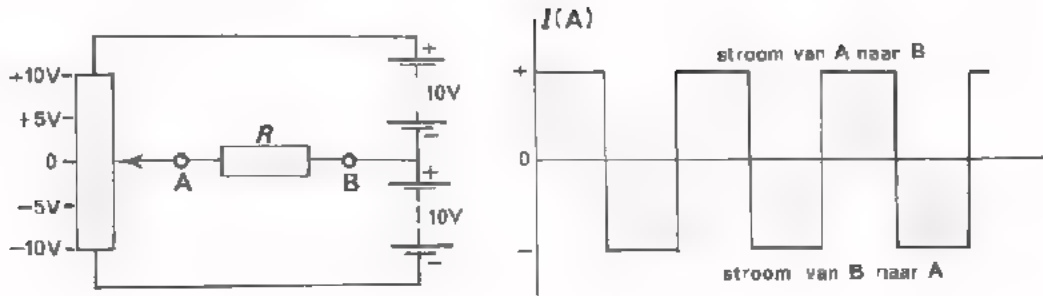
Een periode van de netspanning duurt dus: $T =$

2. Een periode van een wisselspanning u die in een radiozender wordt opgewekt duurt 4 μ s.

De frequentie van u is dus:

$f =$

DE GRAFISCHE VOORSTELLING VAN DE STROOM



Men sluit tussen de klemmen A en B van de schakeling van blad A24.1 een weerstand aan en beweegt de looper van de potentiometer zo, dat er tussen A en B een blokspanning ontstaat. Het gevolg is, dat er door de weerstand een blokstroom gaat lopen. Dit is een stroom die het ene moment van A naar B en het andere moment van B naar A gaat. Men kan ook zeggen: de stroom van A naar B is beurtelings positief en negatief. Hierboven is een grafische voorstelling van deze blokstroom gegeven.

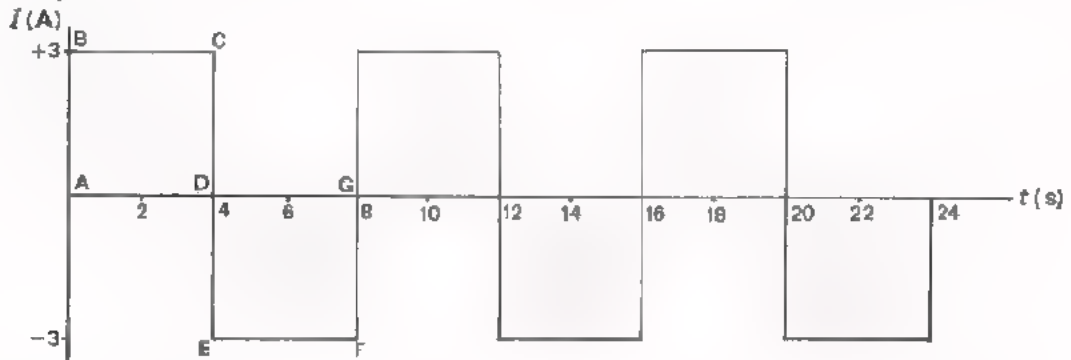
OEFENING

- Teken in volgend assenstelsel de grafiek van de stroom dóór een weerstand $R = 1 \text{ k}\Omega$ in bovenstaande schakeling, als men de looper telkens geleidelijk in 2 seconden van boven naar beneden beweegt en daarna zeer snel (in praktisch 0 seconden) van beneden naar boven.
- Geef bij de grafiek één periode aan.



BEPALING VAN DE LADING

Elektrische stroom is het voortbewegen van elektrische lading door een geleider. In geval van *gelijkstroom* beweegt de lading steeds dezelfde kant op. In geval van *wisselstroom* beweegt de lading dan weer de ene, dan weer de andere kant op. We hebben gezien dat men de momentele waarden van elektrische stroom op een aantal achtereenvolgende ogenblikken in een grafiek kan weergeven. Dit is in onderstaande figuur nog eens voor een blokstroom gedaan.

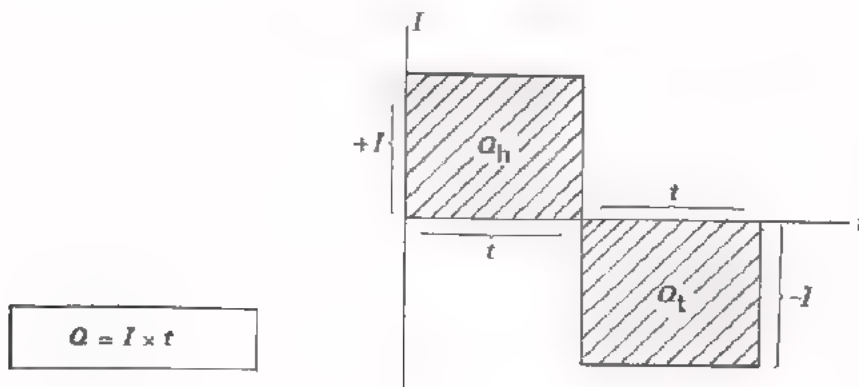


Met behulp van deze grafiek kan men berekenen hoe groot de heenstromende en de terugstromende lading is. De stroomsterkte in ampère is het aantal coulomb dat per seconde door een geleider gaat.

In ons voorbeeld loopt er gedurende de eerste 4 seconden een stroom van +3 A. Dit betekent dat er een lading $Q_h = I \times t = 3 \times 4 = 12$ coulomb heenstroomt.

Deze *heenstromende* lading komt overeen met het oppervlak van de rechthoek ABCD *boven* de *t*-as.

De volgende 4 seconden is er een stroom van -3 A. Dit betekent dat er dan een lading $Q_t = 3 \times 4 = 12$ coulomb terugstroomt. Deze *terugstromende* lading van 3×4 coulomb komt overeen met het oppervlak van de rechthoek DEFG *beneden* de *t*-as.

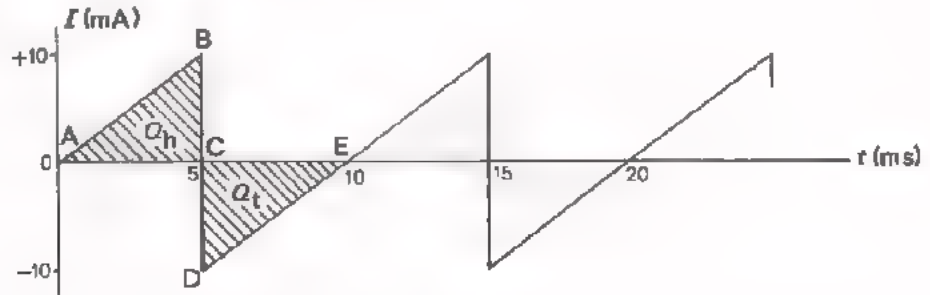


We vatten het voorafgaande nog eens kort samen:

- Een *heenstromende* lading wordt voorgesteld door het oppervlak tussen *I*-lijn en *t*-as *boven* de *t*-as
- Een *terugstromende* lading wordt voorgesteld door het oppervlak *beneden* de *t*-as.

Dit geldt algemeen voor elke wisselstroom.

Voorbeeld:



Bij deze z.g. *zaagtand*vormige wisselstroom stroomt er in de eerste 5 milliseconden een lading Q_h heen, die overeenkomt met het oppervlak van de driehoek ABC.

Dit oppervlak is gelijk aan: $\frac{1}{2} AC \cdot BC$, zodat

$$Q_h = \frac{1}{2}(5 \cdot 10^{-3}) \cdot (10 \cdot 10^{-3}) = 25 \cdot 10^{-6} \text{ C} \\ = 25 \mu\text{C}$$

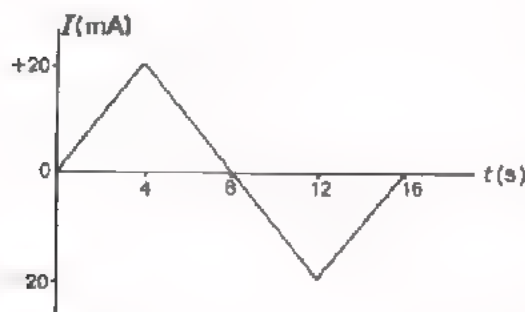
Denk er aan de stroom in ampère en de tijd in seconde uit te drukken!

In de volgende vijf milliseconden vinden we een oppervlak CDE onder de tijd-as. De teruggaande lading is dus:

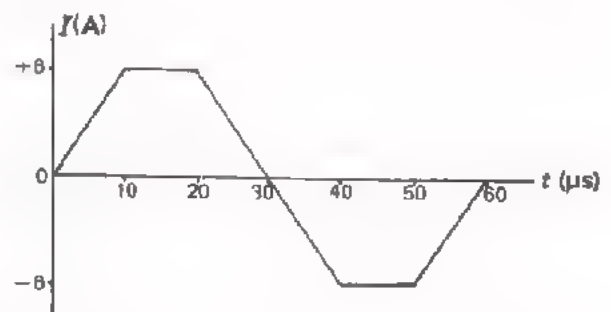
$$Q_t = \frac{1}{2} CE \cdot CD = \frac{1}{2}(5 \cdot 10^{-3}) \cdot (10 \cdot 10^{-3}) \text{ C} = 25 \mu\text{C}.$$

OEFENING

Bepaal in volgende gevallen de grootte van de heengaande en die van de teruggaande lading.



$$Q_h = \boxed{} \quad Q_t = \boxed{}$$



$$Q_h = \boxed{} \quad Q_t = \boxed{}$$

HET GEMIDDELDE

In verband met wat volgt moeten we nu eerst het begrip *gemiddelde* of *gemiddelde waarde* behandelen.

VOORBEELD

Een busonderneming vervoert in een bepaalde week volgende aantallen passagiers:

maandag:	751
dinsdag:	623
woensdag:	580
donderdag:	889
vrijdag:	525
zaterdag:	738
zondag:	150

Als we nu willen weten hoeveel passagiers er gemiddeld per dag vervoerd worden, dan gaan we als volgt te werk:

- Tel het aantal passagiers op.

Dit levert: 4256.

- Deel dit door het aantal dagen:

$$\frac{4256}{7} = 608.$$

Het gemiddelde aantal passagiers per dag is dus: 608.

PROBEER ZELF EENS

In volgende tabel is de temperatuur gegeven op een aantal achtereenvolgende tijdstippen:

tijdstip (uur)	temperatuur ($^{\circ}\text{C}$)
6	+2,0
7	+1,8
8	+1,0
9	0,0
10	0,0
11	-1,0
12	-1,4
13	-1,8
14	-2,0
15	-2,6

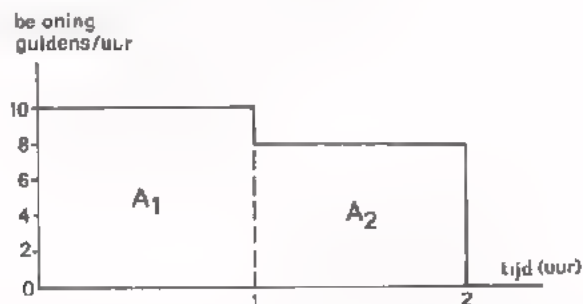
Wat is de gemiddelde temperatuur over deze periode?

Antwoord:

BEPALING VAN DE GEMIDDELDE WAARDE IN GRAFIEKEN

Laten we eens aannemen dat iemand allerlei verschillende karweitjes opknapt en afhankelijk van het soort werk meer of minder per uur verdient. Stel dat hij een uur werkt tegen f 10,- per uur en dat hij daarna nog een uur werkt tegen f 8,- per uur.

Het zal duidelijk zijn dat hij in deze twee uur gemiddeld f 9,- per uur verdient. We geven dit in een grafiek weer:



De verdiensten van de man kunnen we in de grafiek aanwijzen. Deze blijken namelijk voorgesteld te worden door het oppervlak. In deze grafiek is het oppervlak:

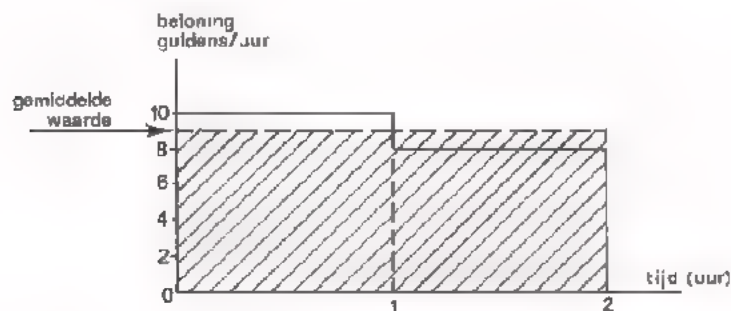
A_1 de beloning in het eerste uur.

$$A_1 = 10 \times 1 = f 10,-$$

en A_2 de beloning in het tweede uur.

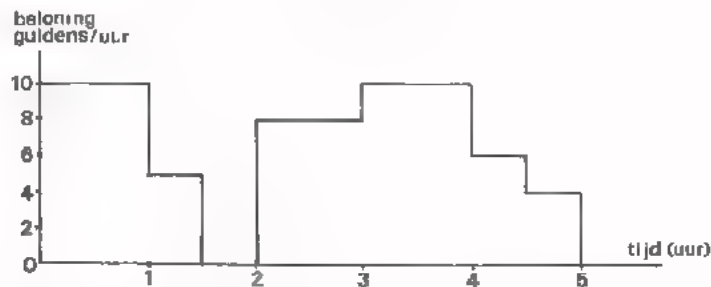
$$A_2 = 8 \times 1 = f 8,-.$$

In twee uur heeft hij dus: f 10,- + f 8,- = f 18,- verdiend.



Hier is dezelfde grafiek nogmaals getekend. Door middel van een horizontale streeplijn ----- zijn de gemiddelde verdiensten aangegeven. De gestreepte rechthoek heeft hetzelfde oppervlak als de oorspronkelijke oppervlakken A_1 en A_2 . We hebben A_1 en A_2 als het ware "uitgesmeerd" tot één rechthoek.

Hier is weer een "beloning-tijd"-grafiek gegeven.



Deze ziet er nogal ingewikkeld uit. Gedurende het eerste uur knapt onze man blijkbaar een karwei op waarmee hij f 10,- per uur verdient. Daarna werkt hij een half uur tegen maar f 5,- per uur. Na 1,5 uur werken gaat hij een half uur rusten en verdient niets, enz. Willen we nu de gemiddelde waarde van zijn verdiensten bepalen, dan gaan we als volgt te werk.

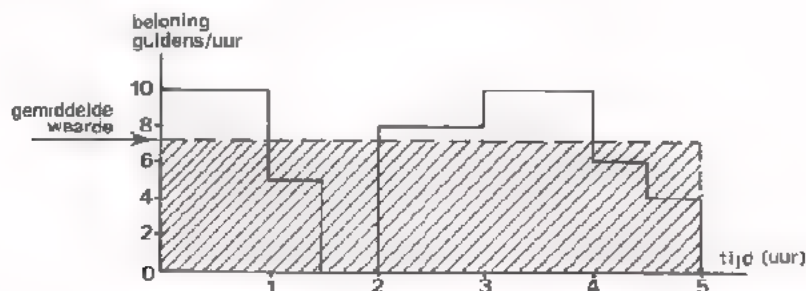
- We bepalen eerst de totale verdienste uit het oppervlak van de grafiek. Dit bedraagt:

$$\begin{aligned}
 10 \times 1 &= f. 10,- \\
 5 \times 0,5 &= 2,50 \\
 0 \times 0,5 &= 0,- \\
 8 \times 1 &= 8,- \\
 10 \times 1 &= 10,- \\
 6 \times 0,5 &= 3,- \\
 4 \times 0,5 &= 2,- +
 \end{aligned}$$

In 5 uur heeft hij totaal verdiend: f. 35,50

- De gemiddelde beloning per uur is dus: $\frac{35,50}{5} = f. 7,10$ per uur.

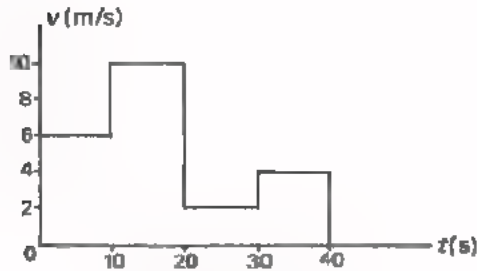
Bovenstaande grafiek is hier nogmaals weergegeven.



De gemiddelde verdienste per uur is aangegeven door middel van een streep-
lijn ----- . Het aangegeven oppervlak is hetzelfde als het oorspronke-
lijke grillige oppervlak. Het grillige oppervlak is als het ware "uitge-
smeerd" tot één rechthoek met een hoogte gelijk aan de gemiddelde waarde.

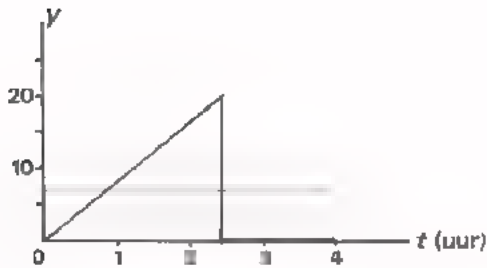
OEFENINGEN

1. Bepaal de gemiddelde waarde van de snelheid v gedurende 40 seconden.
Geef de gemiddelde waarde aan door middel van een streeplijn.



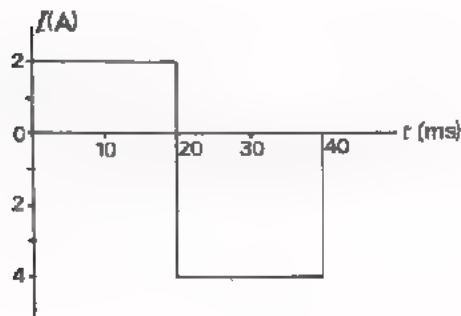
$v_{GEM} =$

2. Bepaal de gemiddelde waarde van y gedurende 4 uur. Geef deze aan door middel van een streeplijn.



$y_{GEM} =$

3. Probeer de gemiddelde waarde nu ook te vinden in volgend geval. Hierbij ligt een deel van de grafiek onder de t -as. Dit deel moet u negatief rekenen.

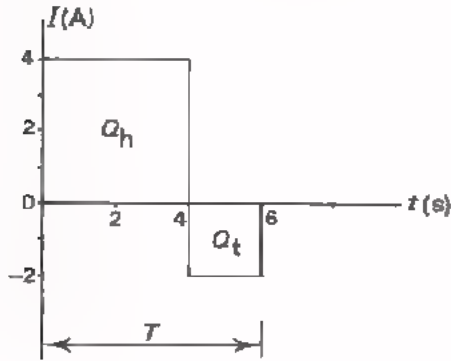


$I_{GEM} =$

BEREKENING VAN DE GEMIDDELDE WAARDE BIJ WISSELSTROMEN

We beginnen met een voorbeeld.

- Gegeven is een stroomverloop als in volgende grafiek.



In een periode gaat een lading heen:

$$Q_h = 4 \times 4 = 16 \text{ C}$$

en een lading terug:

$$Q_t = 2 \times 2 = 4 \text{ C}$$

In een periodetijd $T = 6 \text{ s}$ gaat er dus *gemiddeld* een lading:

$$Q_h - Q_t = 16 - 4 = 12 \text{ C}$$

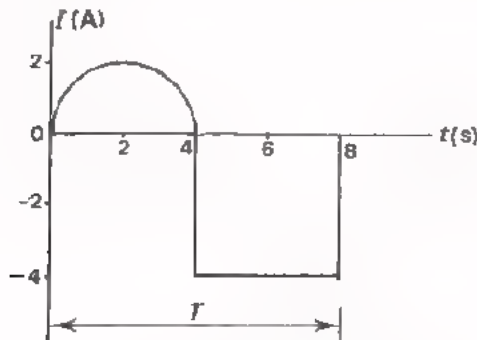
heen. Dit komt overeen met een positieve gelijkstroom van 12 C per 6 seconden, dus:

$$I_{\text{GEM}} = \frac{12}{6} = 2 \text{ A.}$$

Uit dit voorbeeld wordt duidelijk, dat I_{GEM} te bepalen is als:

$$I_{\text{GEM}} = \frac{Q_h - Q_t}{T} = \frac{\text{opp. boven } t\text{-as} - \text{opp. beneden } t\text{-as}}{\text{periodetijd}}$$

- We doen hetzelfde in een tweede, iets moeilijker voorbeeld.

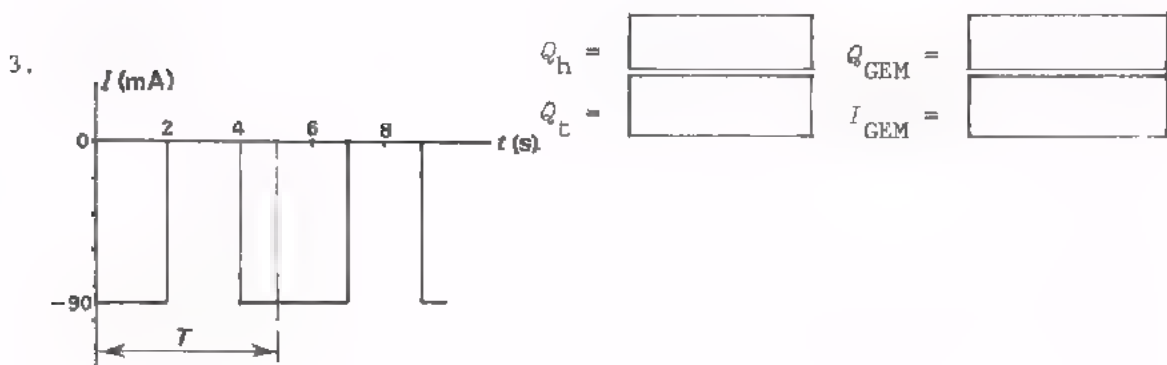
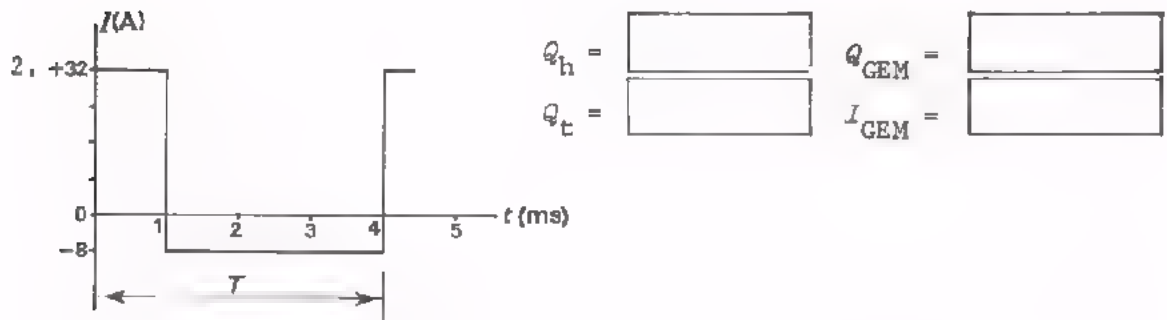
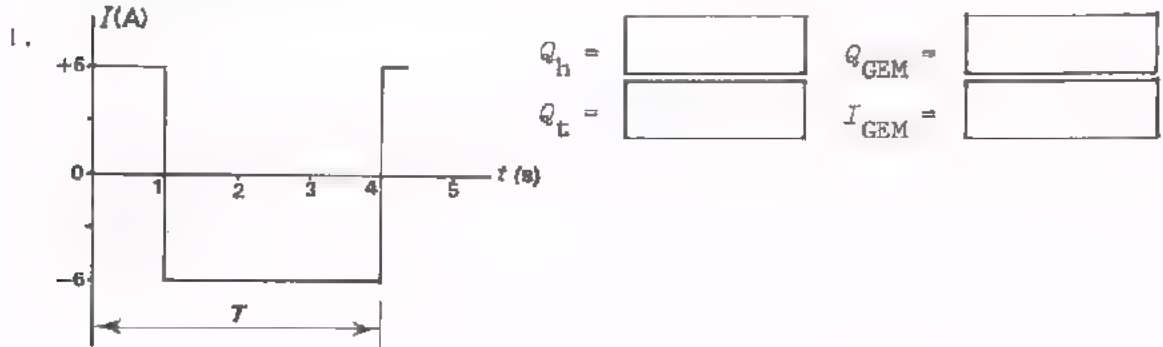


$$\begin{aligned} I_{\text{GEM}} &= \frac{Q_h - Q_t}{T} = \frac{\text{opp. halve cirkel} - \text{opp. rechthoek}}{\text{periodetijd}} \\ &= \frac{\frac{1}{2}(\frac{1}{2}\pi \cdot 4^2) - 4 \cdot 4}{8} \\ &= \frac{2\pi - 16}{8} = \frac{\pi - 8}{4} = \frac{3,14 - 8}{4} = -1,21 \text{ A} \end{aligned}$$

De gemiddelde stroom is negatief. Deze negatieve uitkomst betekent dat er meer lading terug- dan heengaat.

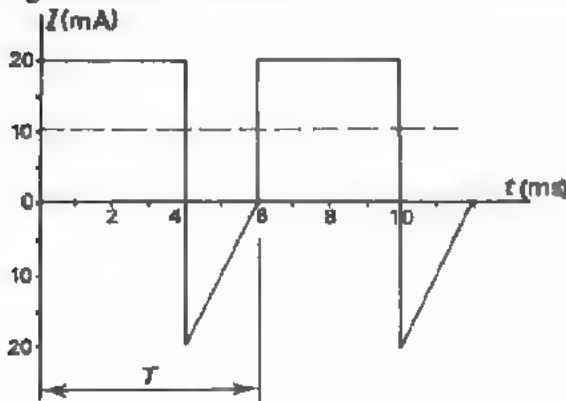
OEFENINGEN

Bepaal in volgende gevallen Q_h en Q_t van een periode. Bereken de gemiddelde lading Q_{GEM} van één periode. Bereken de gemiddelde stroom I_{GEM} . Geef de gemiddelde stroom aan met een streeplijn.



WELKE WAARDE WIJST EEN DRAAISPOELMETER AAN?

Waarom maken we ons zo druk over de *gemiddelde* waarde van een stroom of spanning? Dit heeft o.a. te maken met het *meten* van stromen en spanningen. Een oscilloscoop laat ons de vorm van een spanning precies zien. Een draaispoelmeter kan dat niet. Wisselt de stroom erg langzaam, b.v. één keer per seconde, dan volgt de wijzer van een draaispoel-instrument het toe- en afnemen van de momentale waarde nog wel. Worden de wisselingen sneller dan kan het instrument deze al gauw niet meer volgen. Als de frequentie van de wisselingen 20 Hz of meer is, dan zal de wijzer praktisch stil blijven staan en de gemiddelde waarde aanwijzen. Op een zuivere wisselstroom zal de meter dus niet reageren, want deze heeft een gemiddelde waarde nul.

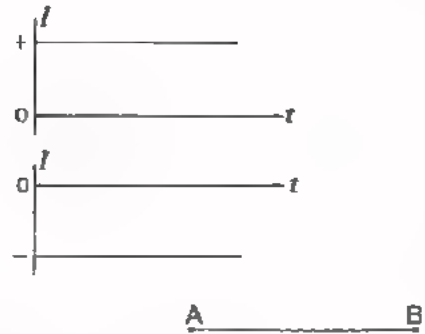


Bij een wisselende stroom als deze zal een draaispoelmeter de gemiddelde waarde $I_{\text{GEM}} = 10$ mA aanwijzen.

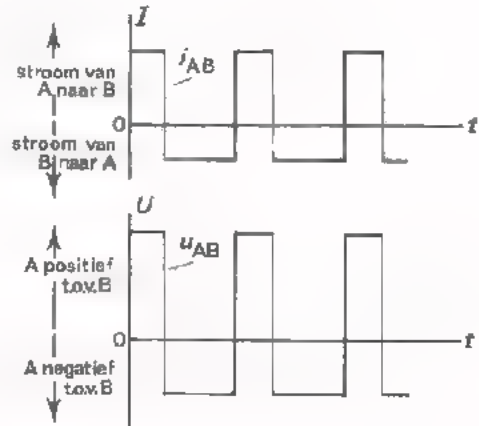
De aanwijzing van een draaispoelmeter is altijd evenredig met de gemiddelde waarde van de stroom door het spoeltje.

SAMENVATTING

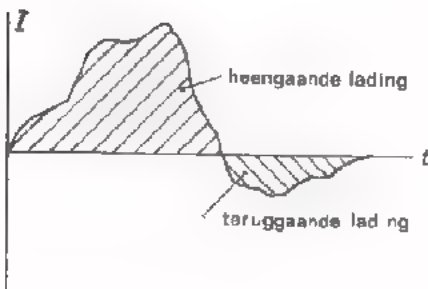
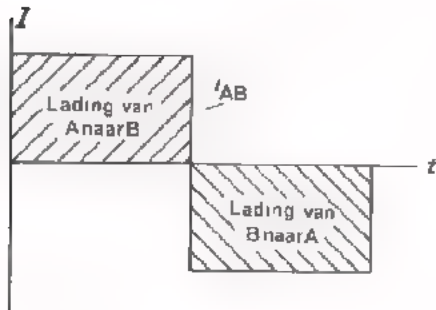
- Bij een *gelijkstroom* heeft de stroom steeds dezelfde waarde. Een *positieve* gelijkstroom zet men naar *boven* uit. Een *negatieve* gelijkstroom zet men naar *beneden* uit. Voor gelijkspanningen geldt hetzelfde.



Bij een *wisselstroom* gaat de stroom afwisselend de ene en de andere kant op.



Bij een *wisselspanning* tussen A en B is A afwisselend positief en negatief ten opzichte van B.

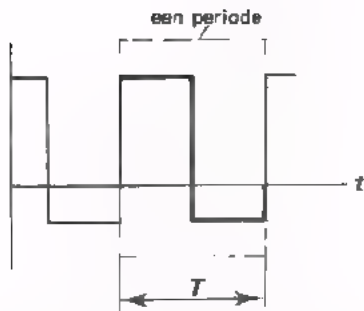


Het oppervlak tussen de *I*-lijn en de *t*-as vertegenwoordigt de *lading* die door de geleider gaat: *boven* de *t*-as de lading die de ene kant opgaat (van A naar B); *beneden* de *t*-as de lading die de andere kant opgaat (van B naar A). Als men de hoogte in ampère en de breedte in seconden neemt, geeft het oppervlak (= hoogte x breedte) de lading in coulomb weer. $Q = I \cdot t$.

Dit geldt algemeen voor elke wisselstroom.

- De waarde van een wisselspanning of -stroom op een bepaald moment heet de *momentele waarde*.

•



Het kleinste stuk van een wisselspanning of -stroom dat zich steeds op dezelfde manier herhaalt is een *periode*.

De tijd nodig voor een periode heet *periodetijd*, T .

Het aantal perioden in een seconde noemt men de *frequentie*, f .

De *eenheid* van frequentie is de "hertz", Hz.

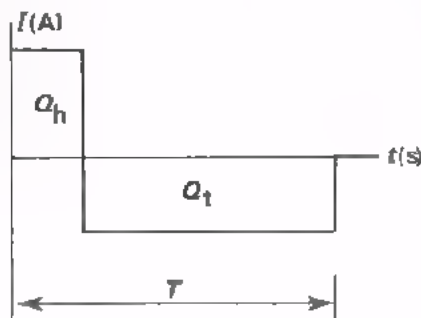
Het verband tussen frequentie en periodetijd is:

$$f = \frac{1}{T}$$

f : frequentie, Hz

T : periodetijd, s.

• De gemiddelde waarde van een stroom kan men bepalen volgens:



$$I_{\text{GEM}} = \frac{Q_h - Q_t}{T}$$

$$= \frac{\text{opp. boven} - \text{opp. onder } t\text{-as}}{\text{periodetijd}}$$

NAAM:

KLAS:

OEFENINGEN

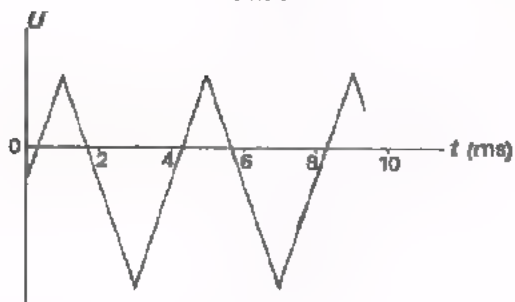
1. Een *periode* van een wisselspanning is:

- het omgekeerde van de frequentie
- een stuk dat zich steeds herhaalt
- een stuk positieve tezamen met een stuk negatieve spanning
- het kleinste stuk dat zich steeds herhaalt

2. De *periodetijd* van een wisselstroom is:

- de tijd die de lading er over doet om dan het begin naar het eind van de geleider te stromen en terug
- de tijdsduur van een periode
- de tijd waarin de lading één keer heen- en één keer terugstroomt
- de tijd waarin de lading f keer heen- en terugstroomt.

3.



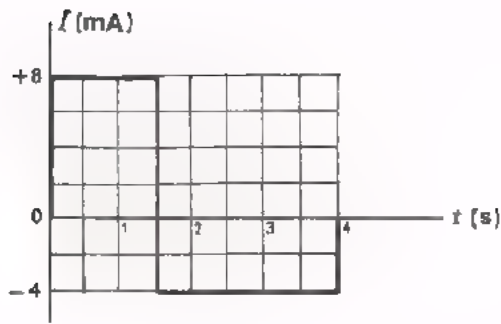
Een periode van de geschetste wisselspanning duurt:

- 2 ms
- 4 ms
- 6 ms
- 8 ms

4. De frequentie van een wisselspanning is 2 MHz. De periodetijd van deze spanning bedraagt:

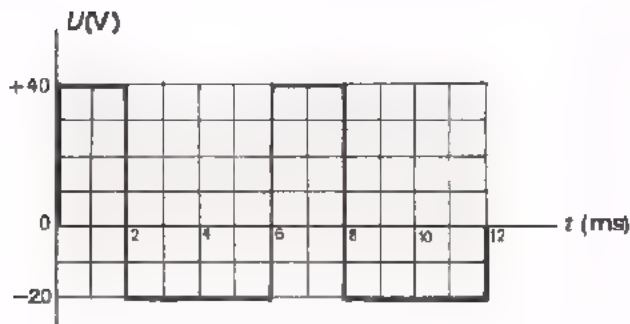
- 2 μ s
- 5 μ s
- 0,5 μ s
- geen van deze waarden

5.



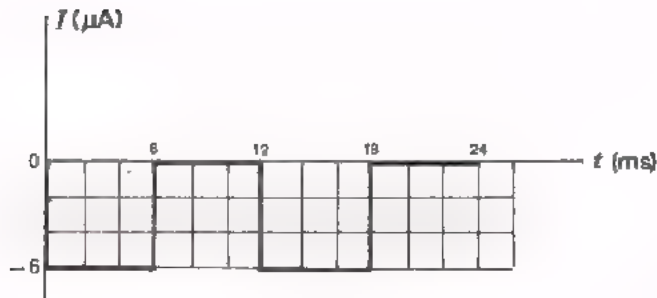
$$I_{\text{GEM}} =$$

6.



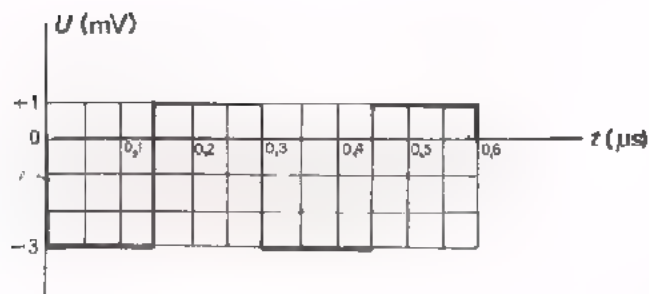
$$U_{\text{GEM}} =$$

7.



$$I_{\text{GEM}} =$$

8.



$$U_{\text{GEM}} =$$

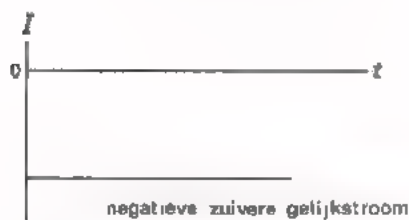
A 25 DE VERSCHILLENDE STROOM- EN SPANNINGS- SOORTEN

In deze les gaan we de verschillende stroom- en spanningssoorten bekijken die we in de elektronica tegenkomen.

ZUIVERE GELIJK- EN ZUIVERE WISSELSTROMEN

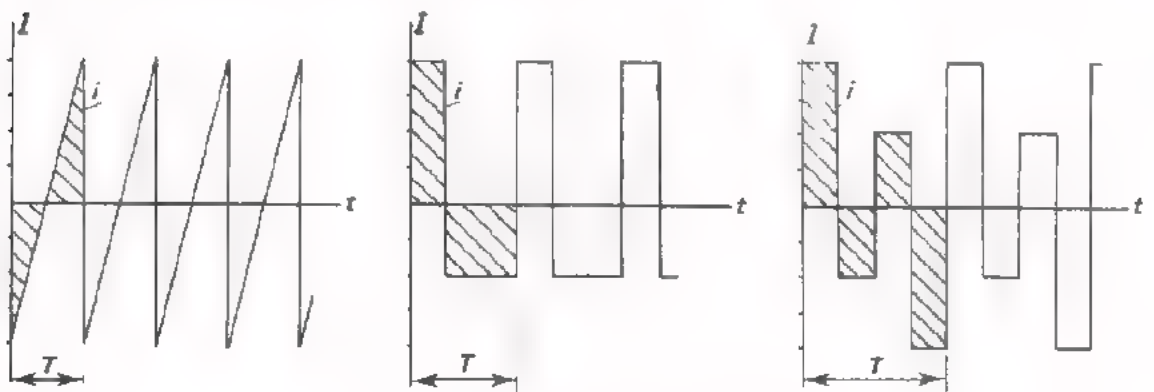


Een *zuivere gelijkstroom* is een stroom, waarvan de momentele waarde niet verandert. In de grafiek is de I -lijn dan een lijn die evenwijdig aan de t -as loopt.



Een zuivere gelijkstroom duiden we steeds aan met een hoofdletter I .

- Een *zuivere wisselstroom* is een stroom waarbij telkens gedurende één periode evenveel lading heen- als terugstroomt. Bij een zuivere wisselstroom is de gemiddelde waarde dus gelijk aan nul. Hieronder volgen enige voorbeelden van zuivere wisselstromen. Let op de gelijke oppervlakken boven en onder de t -as.

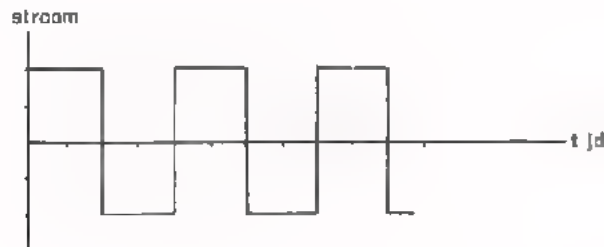


Een zuivere wisselstroom geven we steeds aan met een kleine letter i , langs de as van de grafiek staat echter altijd een hoofdletter.

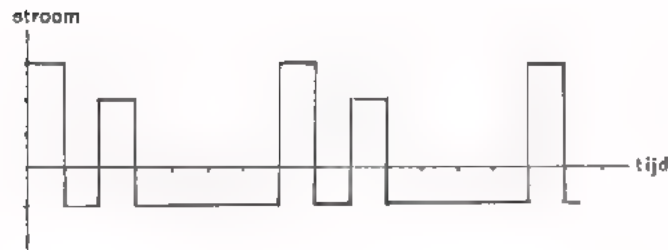
OEFENING

Hieronder zijn een aantal wisselende stromen grafisch weergegeven. Geef door het cirkeltje zwart te maken aan, welke stromen zuivere wisselstromen zijn.

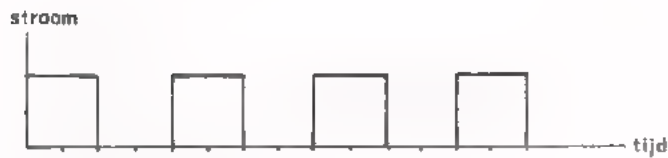
1.



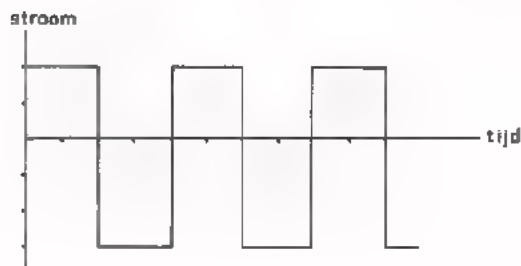
2.



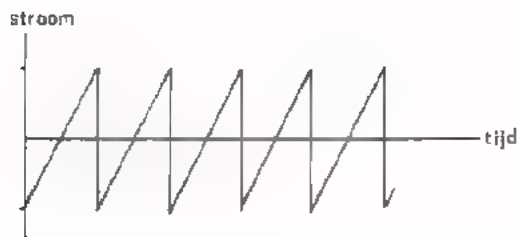
3.



4.

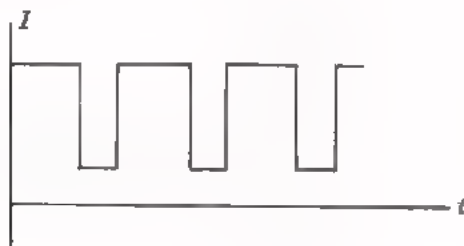


5.



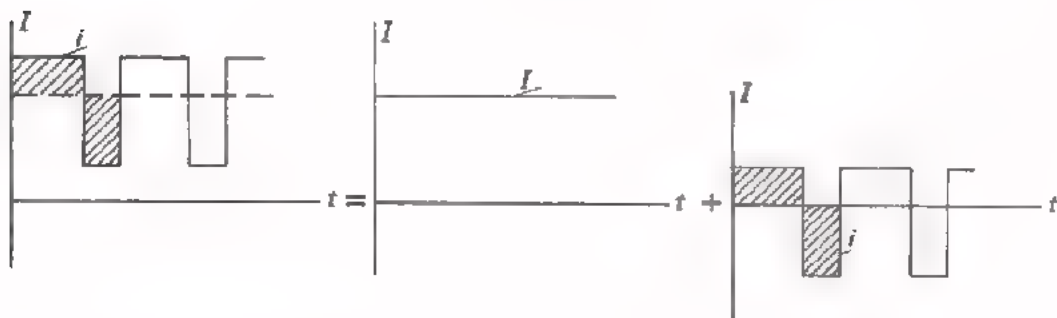
PULSERENDE GELIJKSTROOM

Een *pulserende gelijkstroom* is een stroom waarbij de lading wel steeds één kant op stroomt, maar waarbij de momentele waarde telkens verandert.



Ook een pulserende gelijkstroom geven we met een kleine letter i aan.

Een pulserende gelijkstroom kunnen we opvatten als de som van een zuivere gelijkstroom en een zuivere wisselstroom. In volgende figuren wordt dit gedemonstreerd.



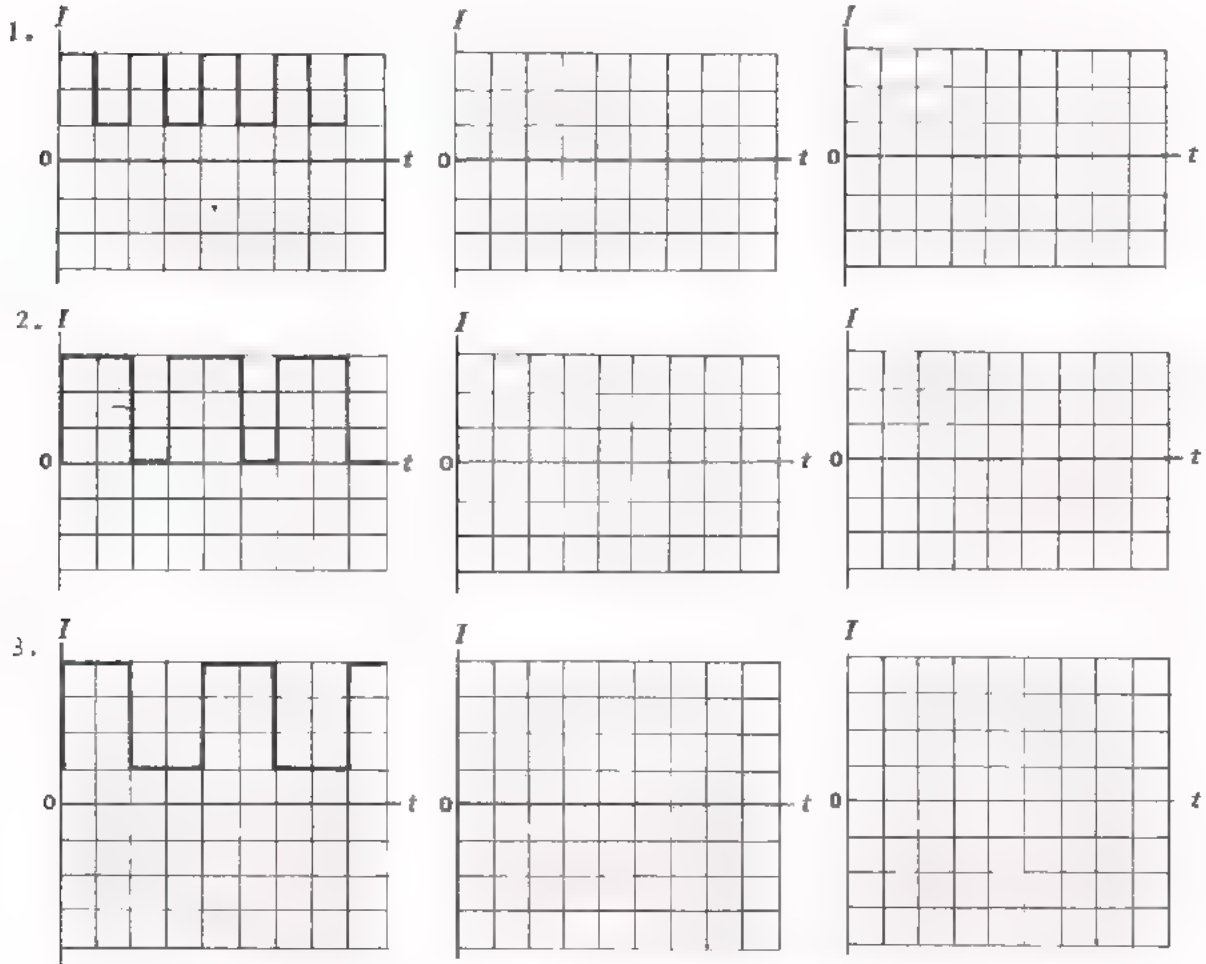
Deze pulserende gelijkstroom i = zuivere gelijkstroom I + zuivere wisselstroom i

De zuivere gelijkstroom I is de *gemiddelde stroom*. Deze noemt men de *gelijkstroomcomponent* I . De zuivere wisselstroom i noemt men de *wisselstroomcomponent*.

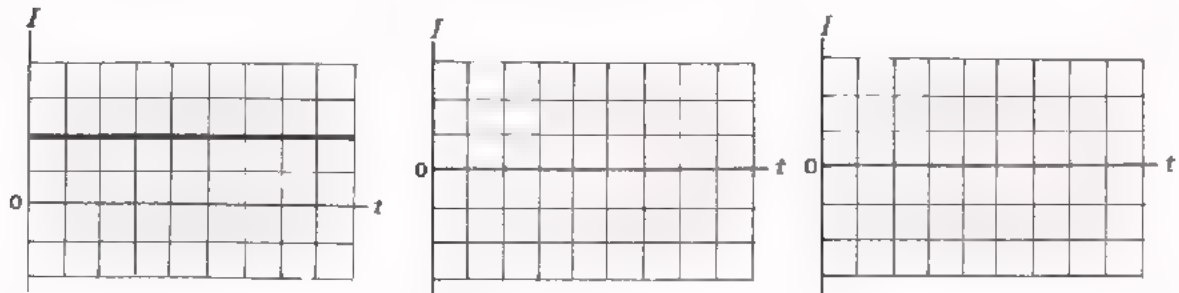
Een pulserende gelijkstroom bestaat dus uit een zuivere gelijk- en een zuivere wisselstroomcomponent. De gelijkstroomcomponent is de gemiddelde waarde van de pulserende gelijkstroom. Deze gemiddelde waarde is in de figuur met een streeplijn aangegeven. De zuivere wisselstroomcomponent ziet men om de streeplijn heen.

OEFENING

Hieronder zijn een aantal pulserende gelijkstromen gegeven. Bepaal telkens eerst de gemiddelde waarde en geef deze in de eerste grafiek aan door middel van een streeplijn. Pas nu toe wat U in les A24 heeft geleerd over het bepalen van de gemiddelde waarde. Teken daarnaast de grafieken van de zuivere gelijkstroom- en de zuivere wisselstroomcomponent.

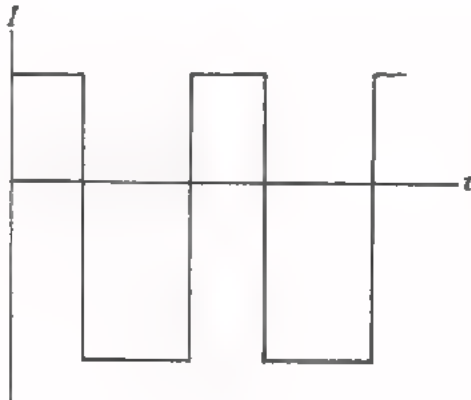


4. Doe nu het omgekeerde. Stel volgende zuivere gelijkstroom en zuivere wisselstroom samen tot een pulserende gelijkstroom.



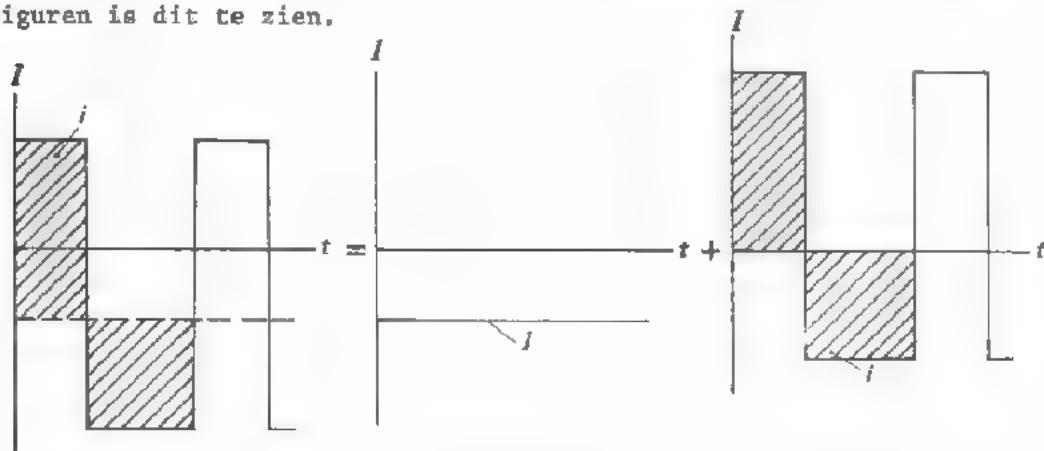
ONZUIVERE WISSELSTROOM

Een andere stroomsoort is de *onzuivere wisselstroom*.



In deze grafiek is direct te zien dat we met een wisselstroom te maken hebben. Het is echter geen zuivere wisselstroom, want in een periode is de teruggaande lading duidelijk groter dan de heengaan-
de. Een dergelijke wisselstroom noemt men een onzuivere wisselstroom.

Een onzuivere wisselstroom kunnen we opvatten als de som van een gelijkstroomcomponent en een zuivere wisselstroomcomponent. In onderstaande figuren is dit te zien.



Deze onzuivere wisselstroom i = zuivere (negatieve) gelijkstroom I + zuivere wisselstroom i

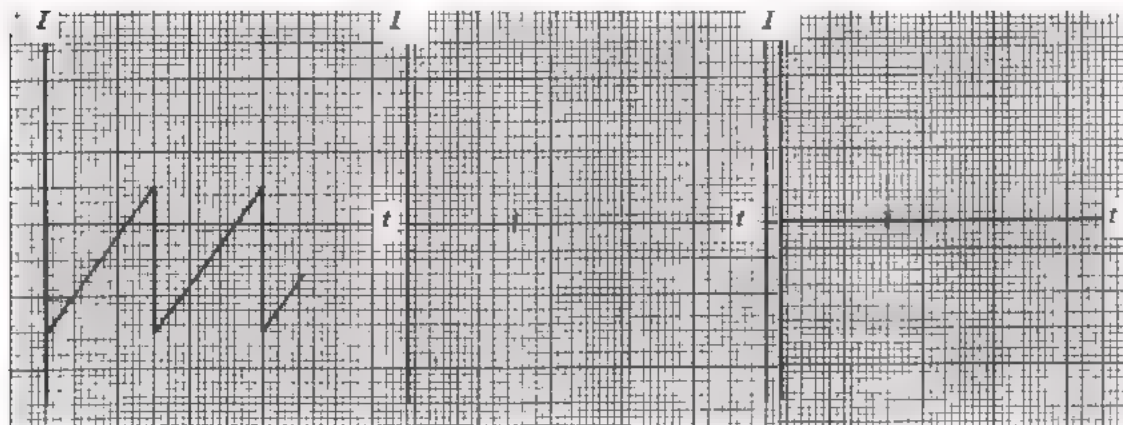
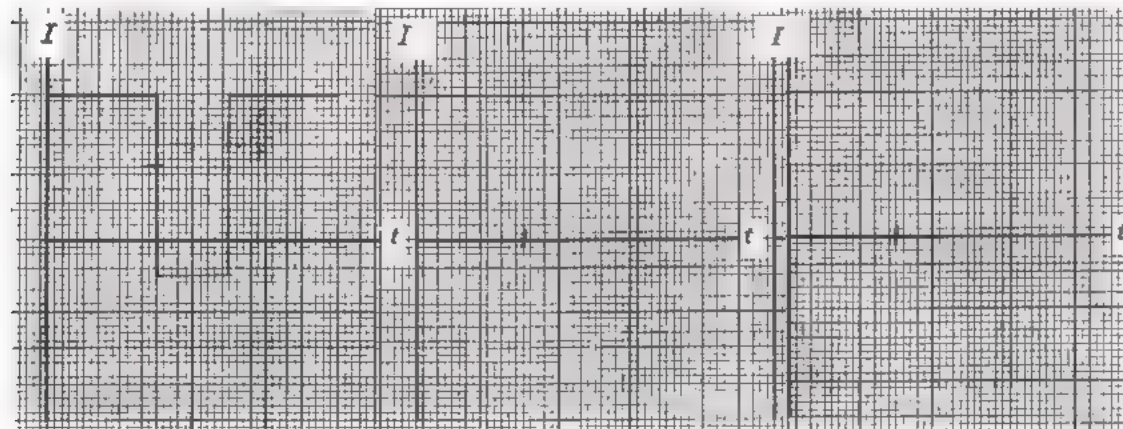
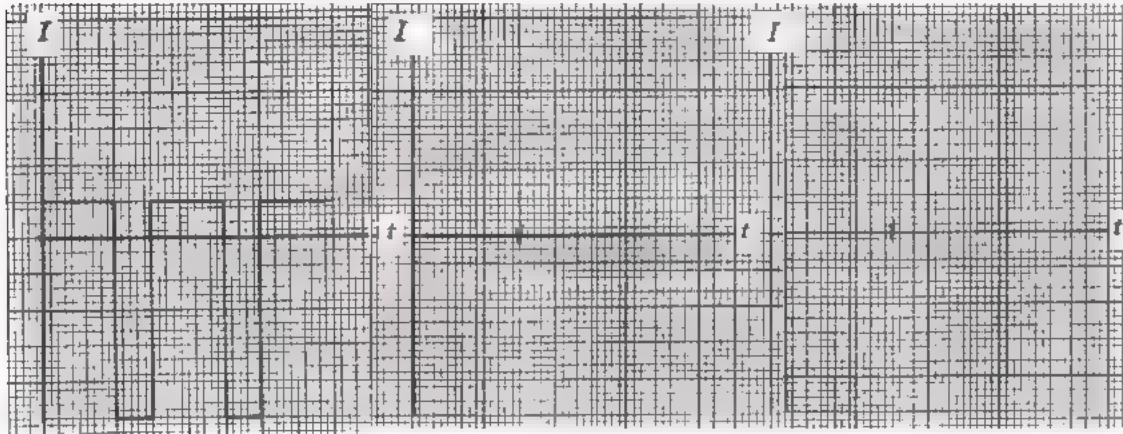
Een onzuivere wisselstroom geven we met de kleine letter i aan.

Uit het tot nu toe behandelde volgt:

Een pulserende gelijkstroom zowel als een onzuivere wisselstroom is opgebouwd uit een zuivere gelijkstroomcomponent I_{GEM} (de gemiddelde waarde) en een zuivere wisselstroomcomponent.

OEFENING

Hieronder zijn een aantal onzuivere wisselstromen getekend. Bepaal telkens de gemiddelde waarde en geef deze in de eerste grafiek aan door middel van een streeplijn. Pas ook nu weer toe de in les A24 behandelde bepaling van de gemiddelde waarde. Teken daarnaast de grafiek van de zuivere gelijkstroom- en de zuivere wisselstroomcomponent.

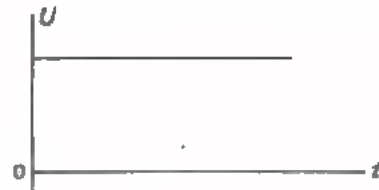


DE OVEREENKOMSTIGE SPANNINGSSOORTEN

De zojuist opgesomde stroomsoorten worden veroorzaakt door overeenkomstige spanningssoorten.

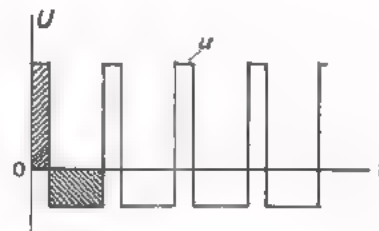
- Een *zuivere gelijkspanning*.

Deze geven we aan met een hoofdletter U .



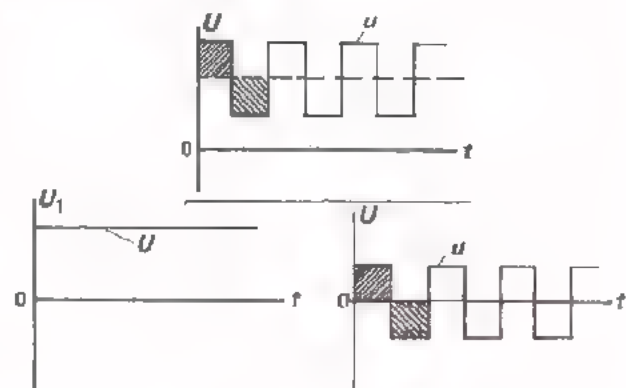
- Een *zuivere wisselspanning*.

Aanduiding met kleine letter u .



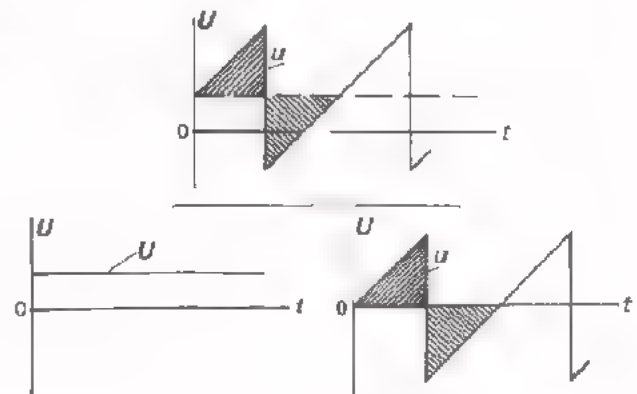
- Een *pulserende gelijkspanning* is te zien als de som van een gelijkspanningscomponent en een zuivere wisselspanningscomponent.

Pulserende gelijkspanningen worden aangegeven met een kleine letter u .



- Een *onzuivere wisselspanning* is te zien als de som van een zuivere wisselspanningscomponent en een gelijkspanningscomponent.

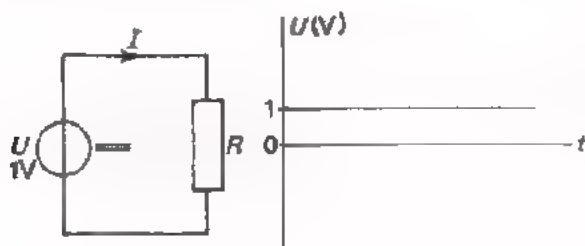
We duiden deze met een kleine letter u aan.



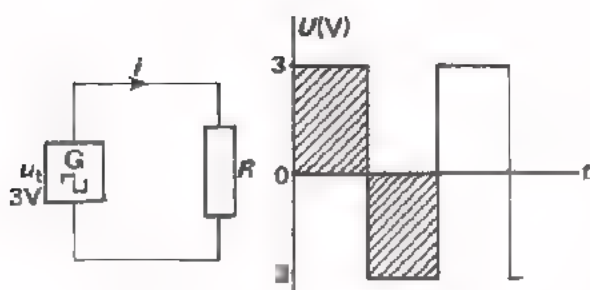
OPMERKING

In bovenstaande grafieken stellen de aangegeven oppervlakken *geen* lading meer voor! Het zijn immers *spannings*- en géén *stroom*grafieken.

HOE ONTSTAAT EEN ONZUIVERE WISSELSpanNING?



Een gelijkspanningsbron is aangesloten op een weerstand R . Over de weerstand staat een zuivere gelijkspanning en door de weerstand loopt een zuivere gelijkstroom.



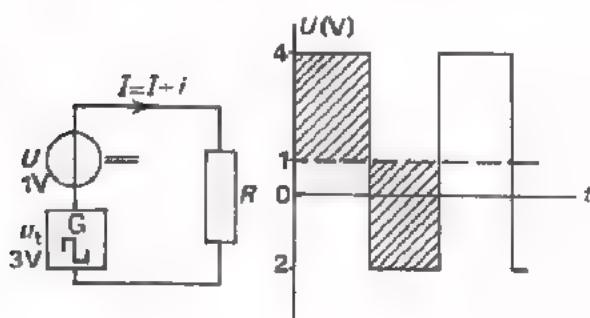
Een wisselspanningsbron is aangesloten op dezelfde weerstand R . Over de weerstand staat een zuivere wisselspanning en door de weerstand loopt een zuivere wisselstroom.

Opmerking: Het hierboven gebruikte symbool



is het standaardsym-

bool voor het apparaat dat blokvormige spanningen afgeeft.

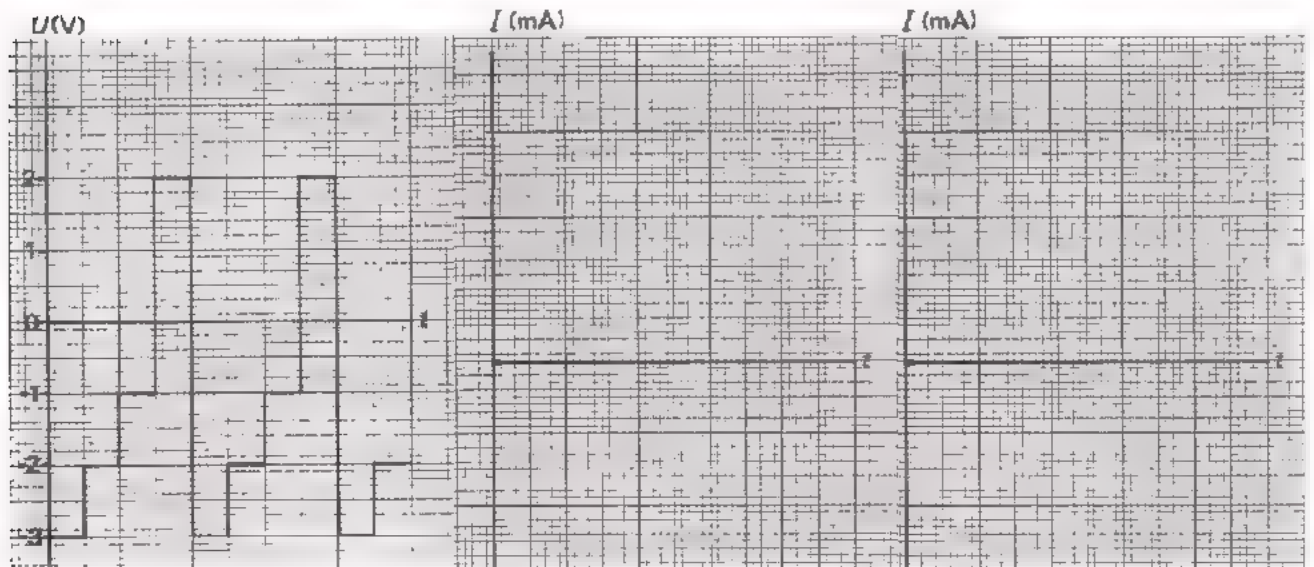
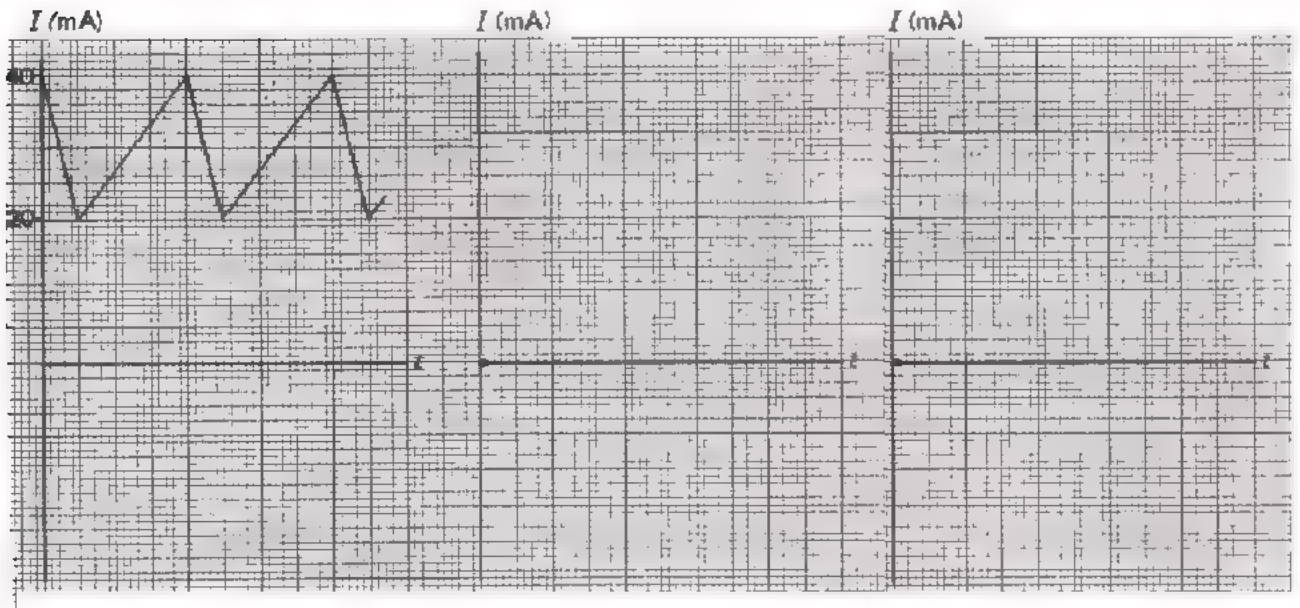


De gelijk- en wisselspanningsbron zijn nu beide in serie aangesloten op de weerstand R . Over de weerstand staat nu ook de som van deze twee spanningen. Over de weerstand staat een *onzuivere* wisselspanning en door de weerstand loopt een *onzuivere* wisselstroom.

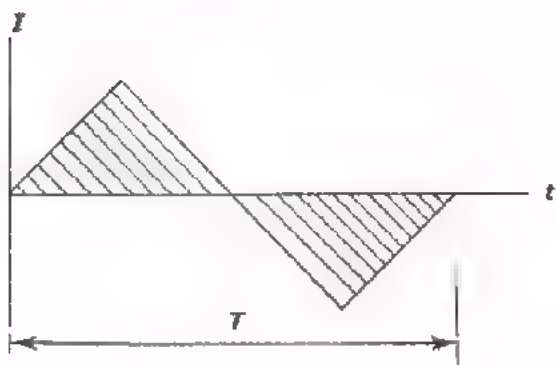
Een onzuivere wisselspanning is dus de som van een "stuk gelijkspanning" en een "stuk zuivere wisselspanning". De gemiddelde waarde van de zuivere wisselspanning is gelijk aan nul. Bij een onzuivere wisselspanning is de gemiddelde waarde dus gelijk aan "het stuk gelijkspanning" of gelijk aan de gelijkspanningscomponent.

OEFENING

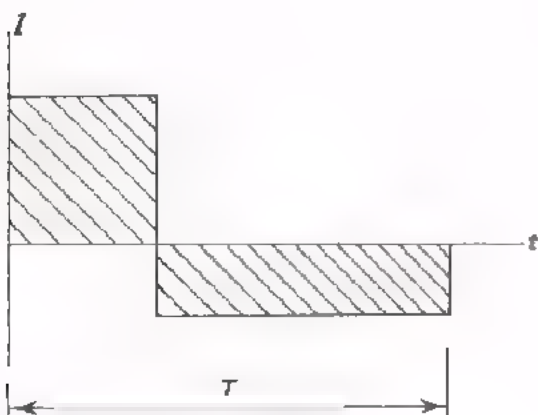
Teken naast elk van de onderstaande grafieken de grafieken van de componenten waaruit de stroom, resp. spanning, is samengesteld. Geef ook telkens één periode aan door de gelijke oppervlakken van de wisselstroomcomponent (resp. -spanningscomponent) te arceren zoals op blad A25.7.



SYMMETRISCHE EN NIET-SYMMETRISCHE WISSELSTROMEN



Een zuivere wisselstroom is een stroom, waarbij er per periode evenveel lading heen- als terugstroomt. De grootte van de oppervlakken boven en onder de t -as zijn een maat voor de heen- en de terugstromende lading. Hebben deze oppervlakken ook nog dezelfde vorm, dan spreekt men van een *symmetrische wisselstroom*.



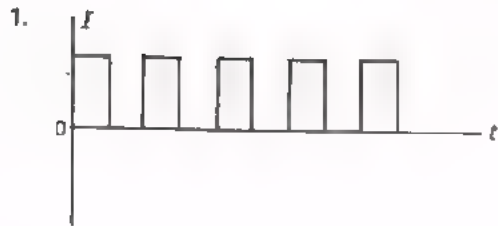
Ook hier hebben we te maken met een zuivere wisselstroom. De aangegeven oppervlakken zijn even groot en de gemiddelde waarde van deze stroom is dan ook gelijk aan nul. De oppervlakken hebben echter niet dezelfde vorm. Men spreekt in zo'n geval van een *niet-symmetrische wisselstroom*.

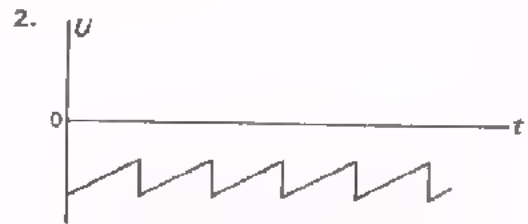
Voor zuivere wisselspanningen gelden dergelijke afspraken.

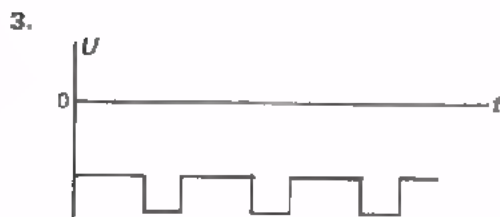
OEFENING

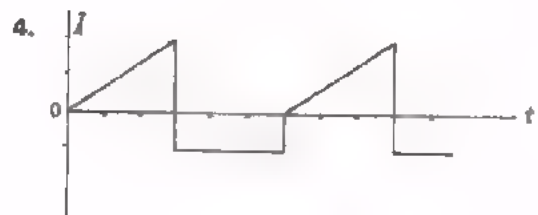
Geef bij volgende figuren aan wat de grafiek voorstelt:

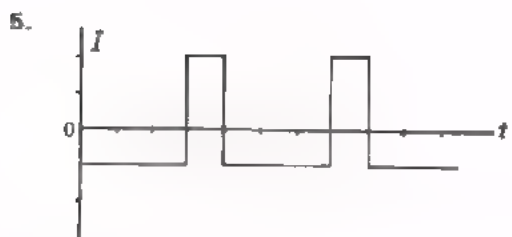
- een zuivere wisselstroom- of spanning, symmetrisch of niet-symmetrisch
- een pulserende gelijkstroom of -spanning
- een onzuivere wisselstroom of -spanning.

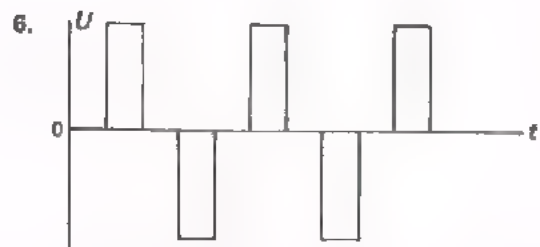






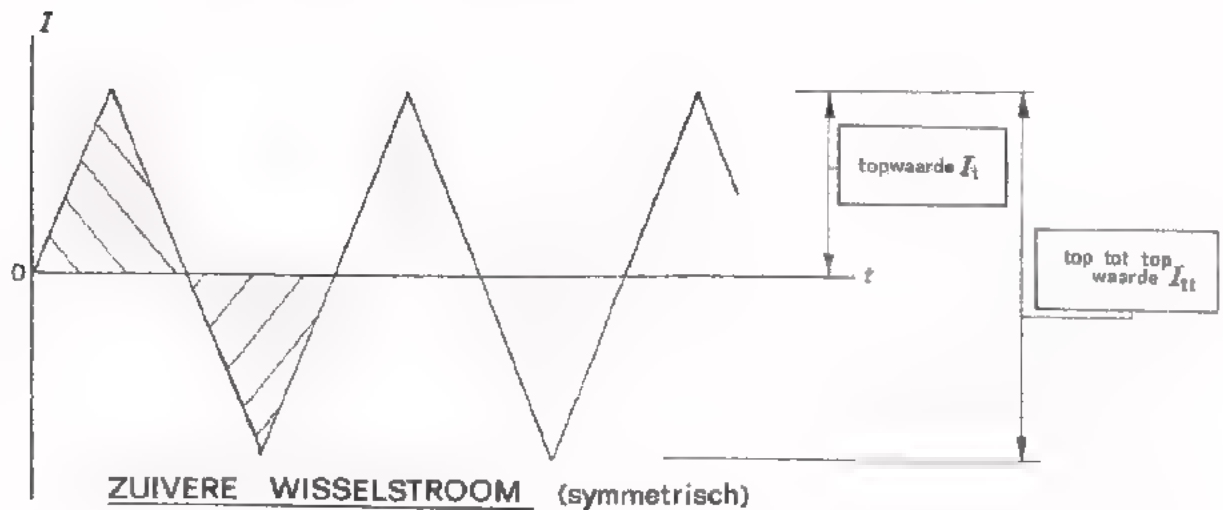
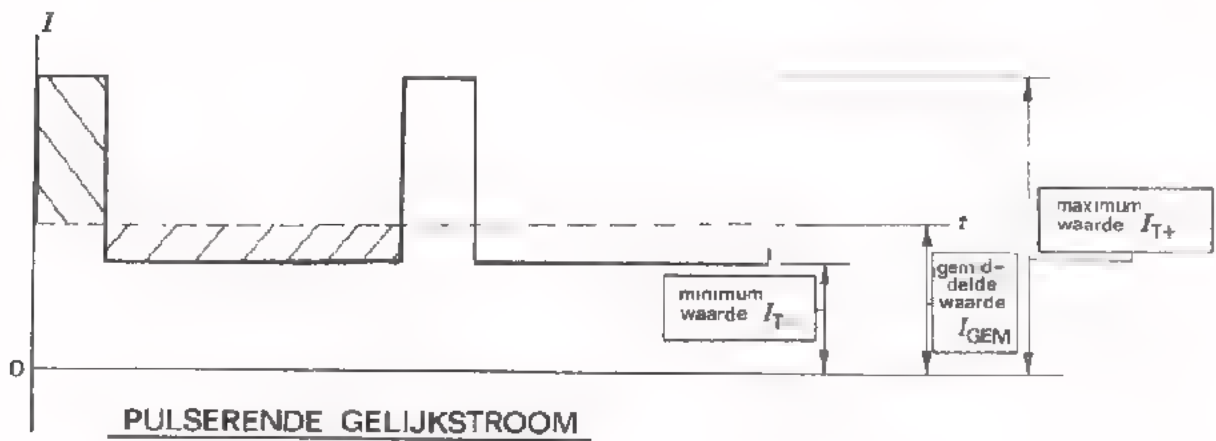
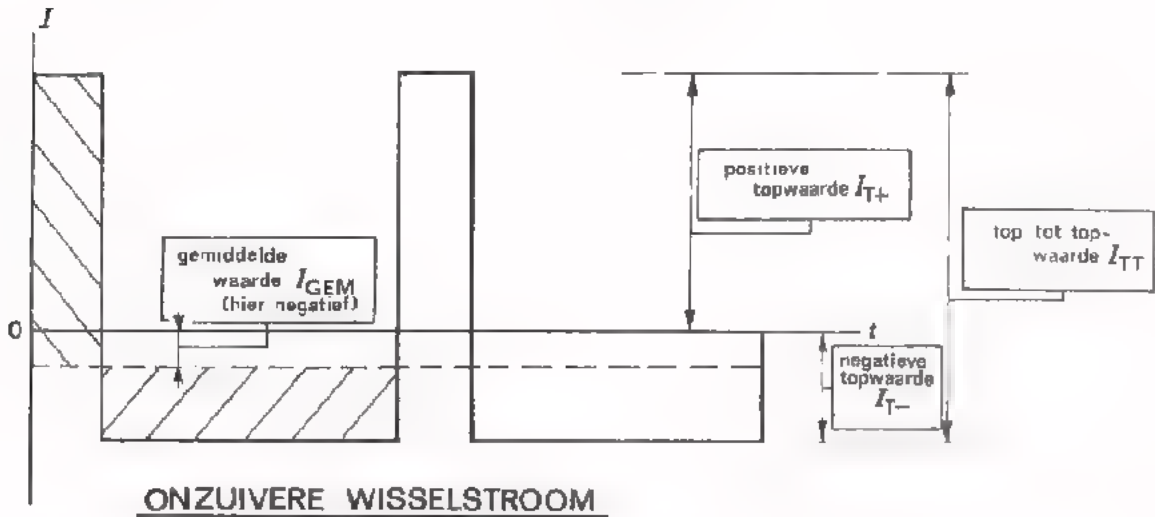






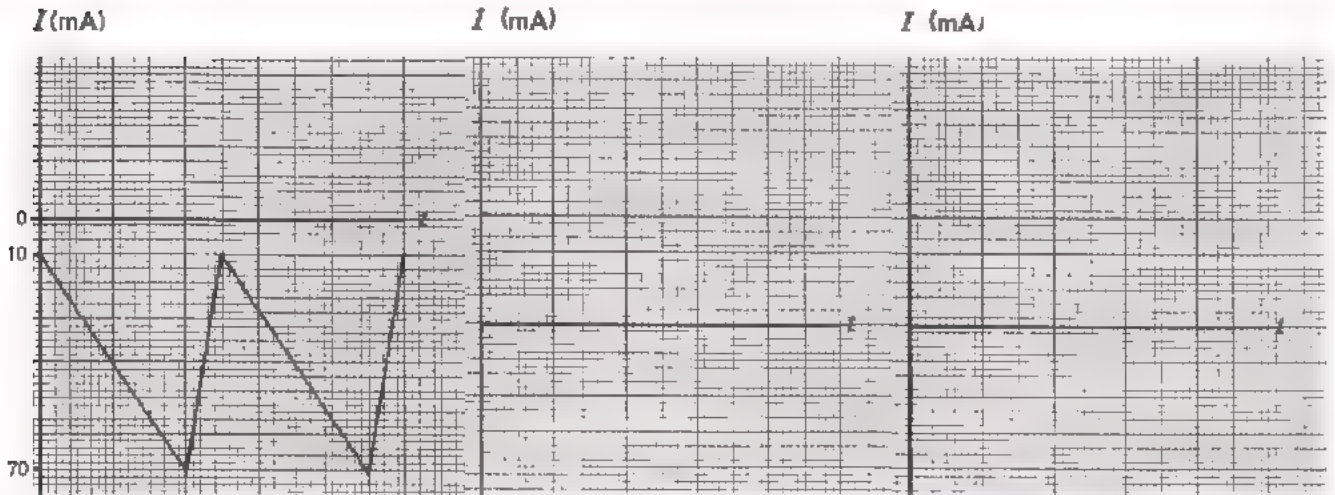
NOG ENIGE VAAK VOORKOMENDE BEGRIPPEN

Bij wisselspanningen en -stromen komen herhaaldelijk een aantal begrippen voor, die in onderstaande figuren zijn aangegeven. Bestudeer deze plaatjes goed.

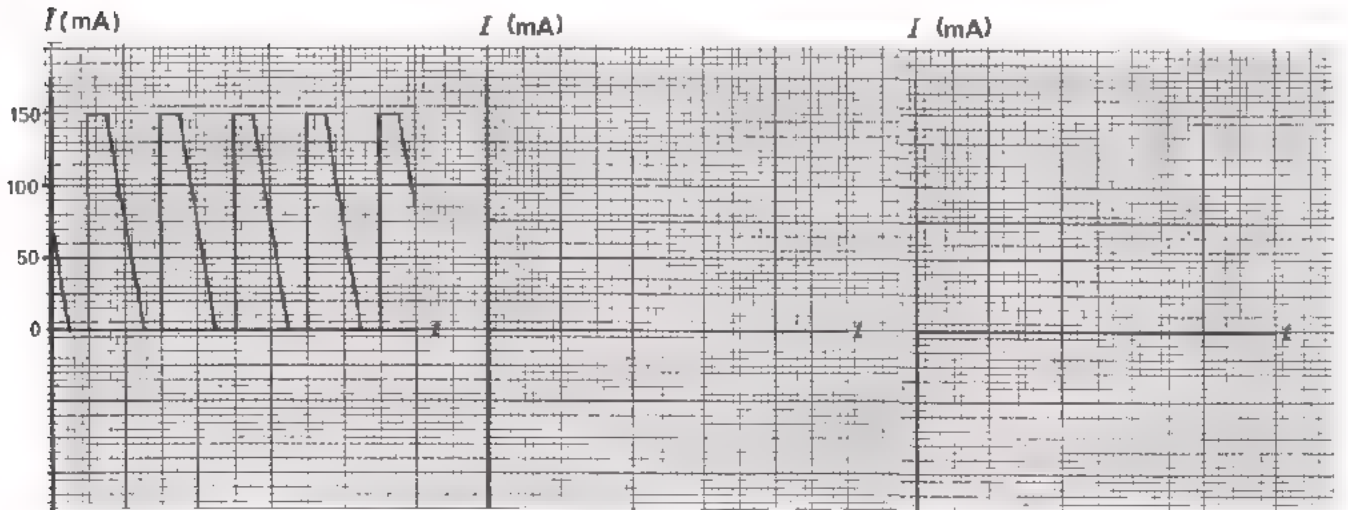


OEFENING

Bepaal van onderstaande pulserende gelijkstromen de waarden van I_{T+} , I_{T-} en I_{GEM} . Teken ernaast ook de zuivere gelijkstroomcomponent en de zuivere wisselstroomcomponent waaruit ze zijn opgebouwd.



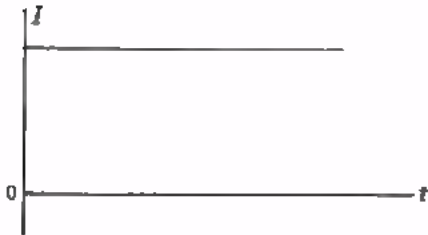
$I_{T+} =$
 $I_{T-} =$
 $I_{GEM} =$



$I_{T+} =$
 $I_{T-} =$
 $I_{GEM} =$

SAMENVATTING

- Een *zuivere gelijkstroom* is een stroom waarvan de momentele waarde niet verandert. In de grafiek is de I -lijn een lijn die evenwijdig aan de t -as loopt.

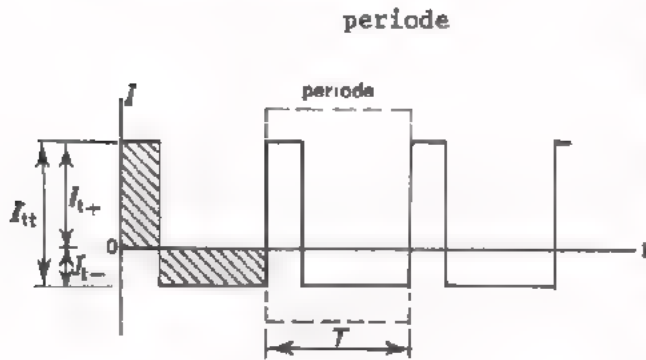


Positieve zuivere gelijkstroom



Negatieve zuivere gelijkstroom

• *Zuivere wisselstroom*



lading heen = lading terug, of per
periode: oppervlak boven t -as
= oppervlak onder t -as.

Periode is kleinste stuk dat zich
telkens herhaalt.

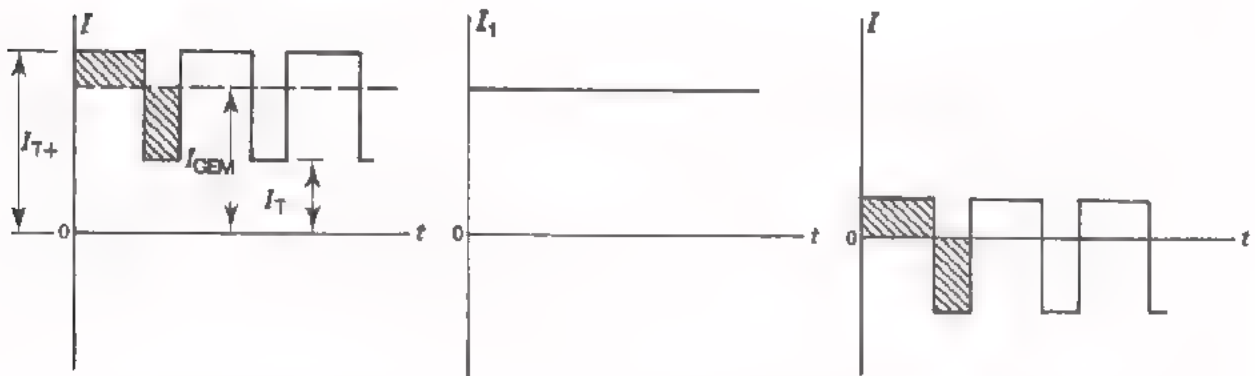
Frequentie f is aantal perioden per
seconde

= aantal Hertz (Hz).

Periodetijd T is de tijd nodig voor
een periode.

$$f = \frac{1}{T}$$

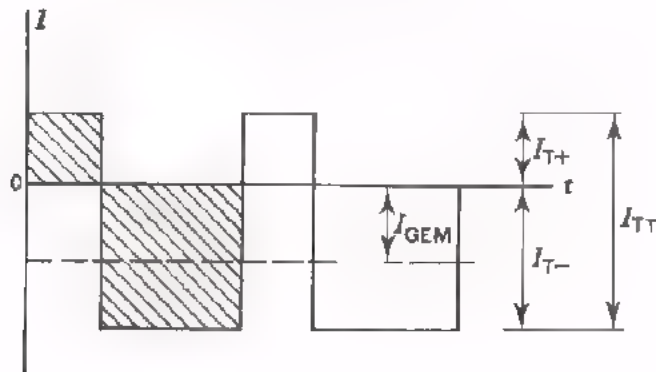
• *Pulserende gelijkstroom* is de som van een zuivere gelijkstroom en een
zuivere wisselstroom.



pulserende gelijkstroom = gelijkstroomcomponent + zuivere wissel-
stroomcomponent

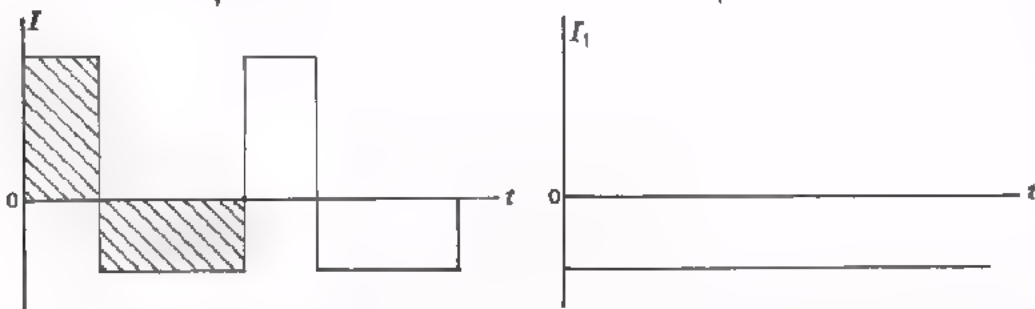
- *Onzuivere wisselstroom* is de som van een gelijkstroom en een zuivere wisselstroom.

onzuivere wisselstroom:
 oppervlakken *niet* gelijk



"zuivere wisselstroom"-
 component:
 oppervlakken *wel* gelijk

gelijkstroomcomponent



- Voor de overeenkomstige spanningssoorten geldt dezelfde indeling.

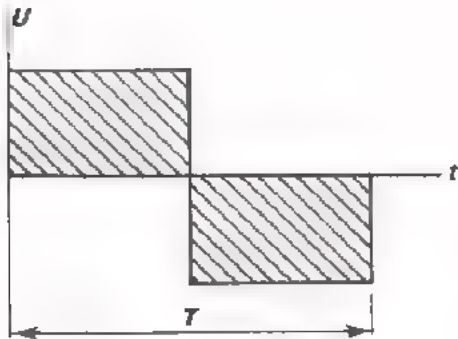
- Zuivere gelijkstromen en -spanningen duidt men aan door middel van een hoofdletter I , resp. U .

Zuivere wisselstromen en -spanningen, pulserende gelijkstromen en -spanningen en onzuivere wisselstromen en -spanningen geeft men aan door middel van een kleine letter i , resp. u .

Een zuivere wisselstroom of -spanning wordt alleen onderscheiden van een pulserende gelijkstroom of -spanning of van een onzuivere wisselstroom of -spanning door het gebruiken van kleine indices.

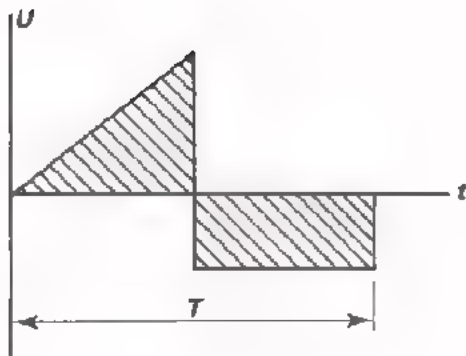
Ga dit na op blad A25.12.

- Bij zuivere wisselstromen en -spanningen onderscheidt men *symmetrische* en *niet-symmetrische*.



Symmetrische wisselspanning.

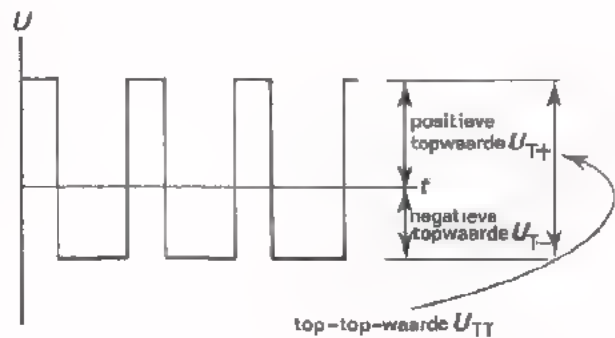
De oppervlakken boven en onder de t -as hebben dezelfde vorm en zijn even groot.

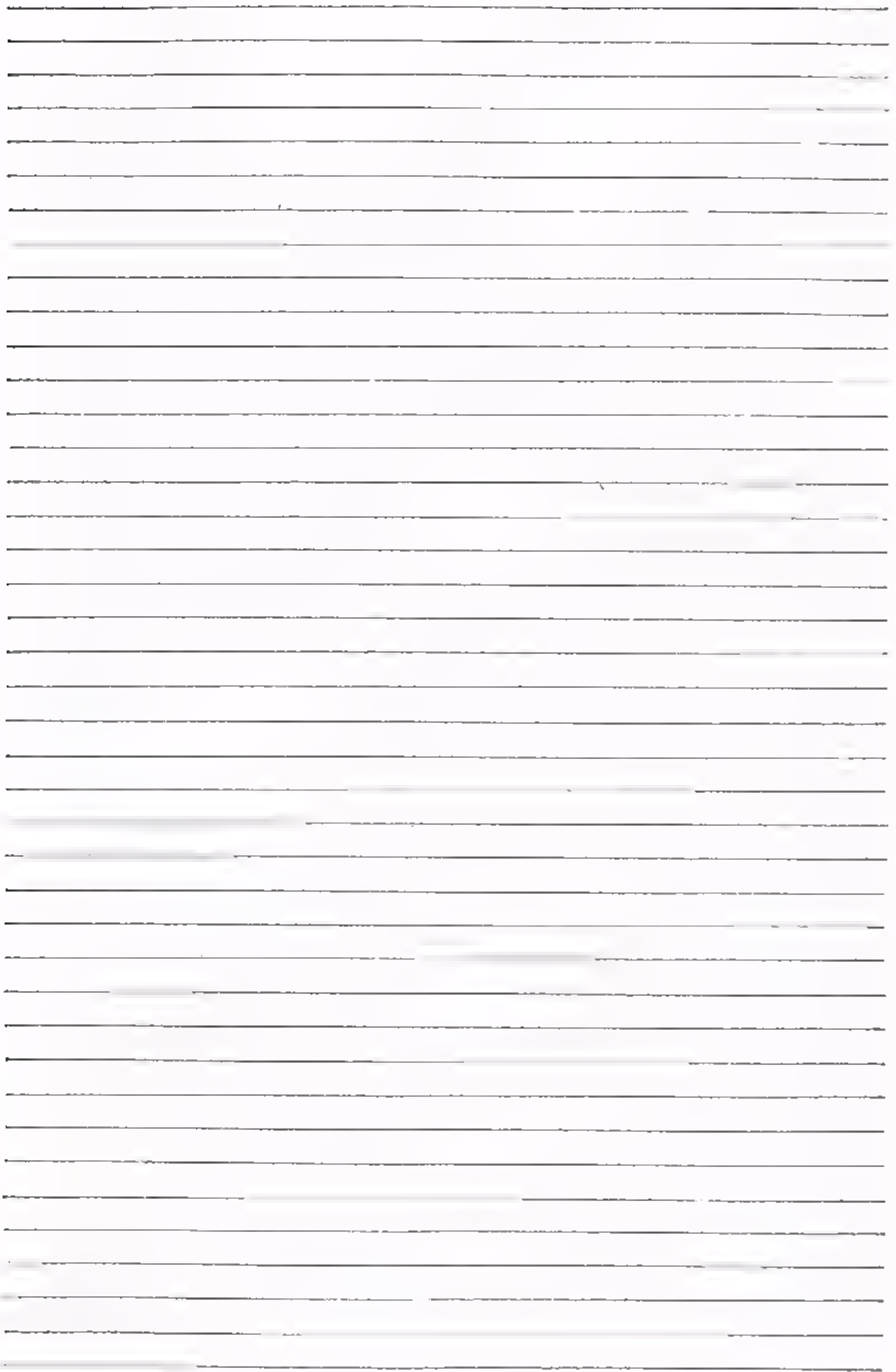


Niet-symmetrische wisselspanning.

De oppervlakken boven en onder de t -as zijn wel even groot, maar hebben niet dezelfde vorm.

- Bij een onzuivere wisselstroom en -spanning spreekt men van de positieve en negatieve *topwaarde*. Bij een zuivere symmetrische wisselstroom en -spanning zijn de positieve en de negatieve topwaarden op het teken na gelijk. Daar spreekt men over de *topwaarde*. Met de *top-tot-topwaarde* wordt bedoeld wat in de figuur is aangegeven.

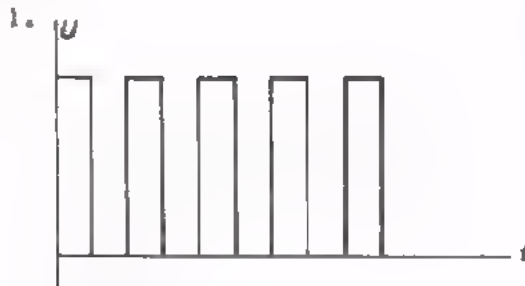




NAAM:

KLAS:

TEST UZELF

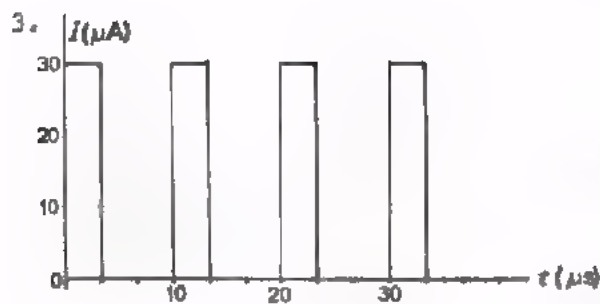


De geschatste spanning is:

- een zuivere gelijkspanning
- een onzuivere wisselspanning
- een pulserende gelijkspanning
- geen van de genoemde spanningen

2. De gemiddelde waarde van een zuivere wisselstroom is:

- positief
- positief of negatief of nul
- nul
- negatief



De maximale stroom is:

$$I_{T+} =$$

De minimum waarde is:

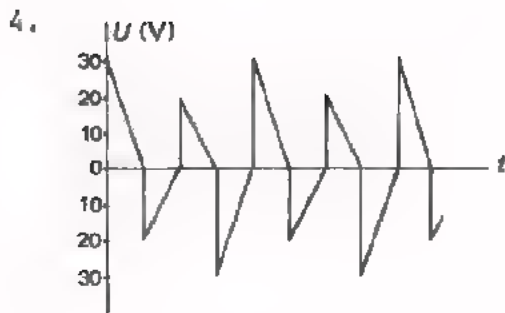
$$I_{T-} =$$

De gemiddelde waarde is:

$$I_{GEM} =$$

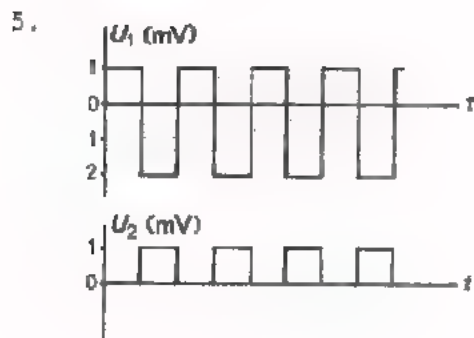
De frequentie van de wisselstroomcomponent is:

$$f =$$



De top-tot-top waarde bedraagt:

- 40 V
- 50 V
- 60 V
- geen van deze waarden

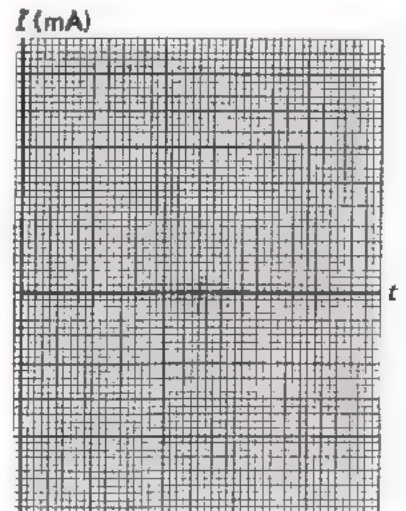
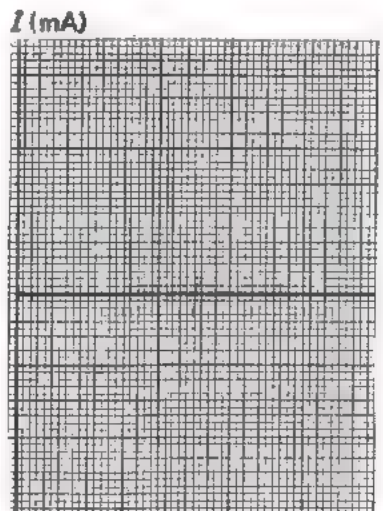
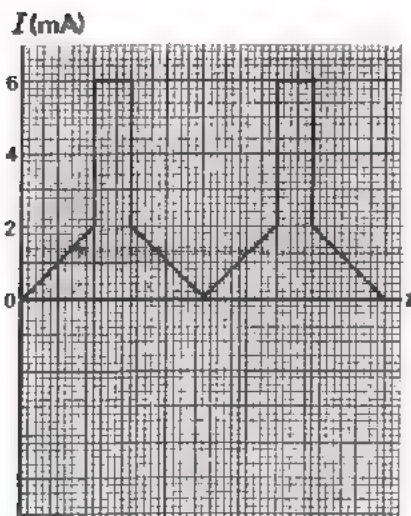


De som van de spanningen U_1 en U_2 is:

- een pulserende gelijkspanning
- een zuivere wisselspanning
- een onzuivere wisselspanning
- een gelijkspanning

6. Bepaal van onderstaande pulserende gelijkstroom de waarde van I_{T+} , I_{T-} en I_{GEM} .

Teken ernaast de gelijkstroom- en de zuivere wisselstroomcomponent.



In de vorige les heeft uw leraar elektrische verschijnselen zichtbaar gemaakt met behulp van een oscilloscoop.

De oscilloscoop is een van de meest universele meetinstrumenten en het aantal toepassingen van dit apparaat is bijna onbeperkt. Nog niet zo lang geleden werd de oscilloscoop alleen in het laboratorium gebruikt, maar vandaag aan de dag is de oscilloscoop ook in de dagelijkse praktijk een onmisbaar hulpmiddel geworden. Een groot voordeel van de oscilloscoop ten opzichte van mechanische systemen, zoals draaispoelmeters, is zijn vrijwel traagheidsloze werking. Verschijnselen die b.v. een miljoenste seconde duren, kan men hiermee zonder moeite bestuderen. Bovendien kan men niet alleen de grootte van een spanning of stroom meten, maar ook de vorm en het verloop zien. Door zijn groot aantal mogelijkheden heeft de oscilloscoop overal in de techniek zijn weg gevonden; niet alleen in de elektrotechniek, maar ook in de werktuigbouw, scheepsbouw, chemie, enz.

In deze les gaat u zelf met de oscilloscoop leren omgaan. Daarvoor is het nodig dat u enig begrip hebt van de werking van het apparaat. Het bedienen van de vele knoppen zal dan veel minder moeilijk blijken dan het op het eerste gezicht lijkt.

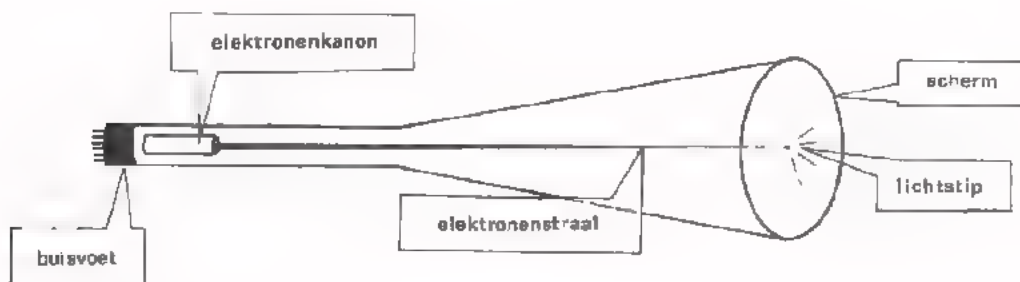
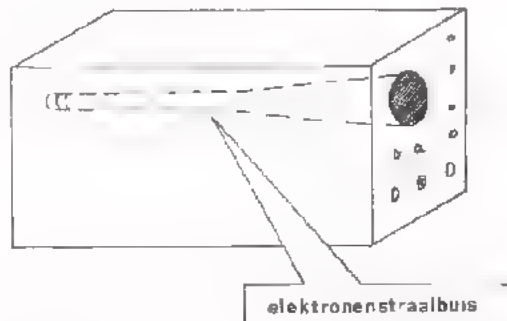
DE ELEKTRONENSTRAALBUIS

Het "venster" waarop de beelden verschijnen is de voorkant van een lange elektronenbuis die zich in de oscilloscoop bevindt: de *elektronenstraalbuis*.

De grote lengte van de buis heeft tot gevolg dat alle oscilloscopen een opvallend diepe kast hebben.

Deze elektronenstraalbuis is het "hart" van de oscilloscoop en daarom bekijken we deze het eerst.

Hij bestaat uit een luchtledige glazen ballon met een vlakke voorkant, het *scherm*. Aan de andere kant heeft de buis een *buisvoet* met pennen voor het toevoeren van de benodigde spanningen.



In deze schematische voorstelling zien we in de dunne hals van de buis het *elektronenkanon*. Als dit kanon de juiste spanningen krijgt, dan "schiet" het een dunne straal onzichtbare elektronen naar het scherm. Het scherm is aan de binnenkant van de buis voorzien van een dun laagje *fluorescerend* materiaal, dat oplicht waar het door elektronen wordt getroffen. Ter plaatse ziet u dan een lichtende stip.

De *helderheid* van de stip hangt af van de hoeveelheid elektronen die het scherm treffen. Deze hoeveelheid kan men regelen door één van de spanningen op het elektronenkanon te variëren. Dit gebeurt met de *helderheidsregelaar*, die wordt bediend met de knop op de oscilloscoop waar "INTENS" bij staat.

Ook de *scherpte* van de straal is in te stellen, zodat er een zeer fijn lichtstipje kan ontstaan. Voor de *scherpteregelaar* dient de knop met de aanduiding: "FOCUS".

LET OP

Als de lichtstip lang met grote helderheid op één punt van het scherm blijft staan, brandt de fluorescerende laag daar in. Het scherm kan dan op die plaats niet meer oplichten. Het kost een nieuwe elektronenstraalbuis!

- Maak daarom tijdens het gebruik van de oscilloscoop de helderheid niet hoger dan nodig is voor een duidelijk beeld.
- Draai de helderheid geheel terug als U de oscilloscoop tijdelijk niet gebruikt.

OPDRACHT: "HET VERKRIJGEN VAN EEN SCHERPE LICHTSTIP"

- Sluit de oscilloscoop door middel van het netsnoer aan op de netspanning.
- Zet de netschakelaar, aangeduid met "POWER ON", naar boven. Het indicatielampje links bij deze schakelaar gaat branden; het apparaat is nu ingeschakeld.

Na het inschakelen levert een ingebouwde voedingsbron de nodige spanningen aan het elektronenkanon, dat na enkele seconden opwarmtijd een elektronenstraal op het scherm "afvuurt". Op het scherm verschijnt dan een lichtvlek.

- Draai de helderheidsregelaar, gemerkt met "INTENS" enkele malen langzaam links- en rechtoom.

Hierdoor verandert één van de spanningen op het kanon en wordt de hoeveelheid elektronen, die op het scherm terecht komt kleiner of groter. Bij geheel linksom gedraaide knop komen er geen elektronen meer op het scherm.

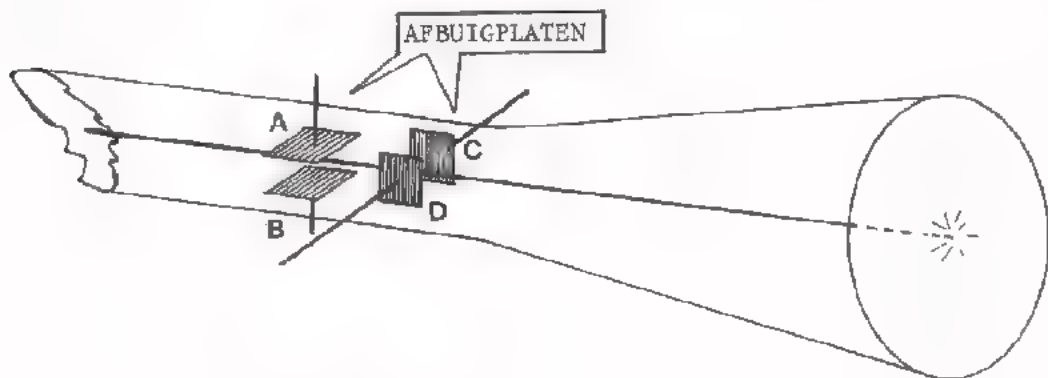
- Draai de scherpteregelaar "FOCUS" een paar keer langzaam links- en rechtoom en zet deze tenslotte zo, dat de lichtstip zo fijn mogelijk is.
- Draai de helderheid nu geheel terug door middel van de regelaar "INTENS".

Schakel de oscilloscoop NIET uit.

HET VERPLAATSEN VAN DE LICHTSTIP

We hebben ervaren hoe we een scherpe lichtstip op het scherm kunnen krijgen. Wat we echter willen is het zichtbaar maken van grafieken, dus van lijnen. Daarvoor is het nodig dat de lichtstip over het scherm verplaatst kan worden. Hoe is dit te bereiken?

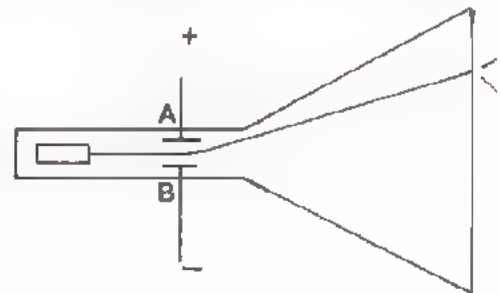
In de buis bevinden zich een viertal metalen plaatjes, de *afbuigplaten*. Twee van deze platen zijn horizontaal opgesteld (A en B) en twee andere verticaal (C en D).



We bekijken eerst alleen het effect van de plaatjes A en B. De elektronenstraal schiet op zijn weg naar het scherm tussen deze plaatjes door.

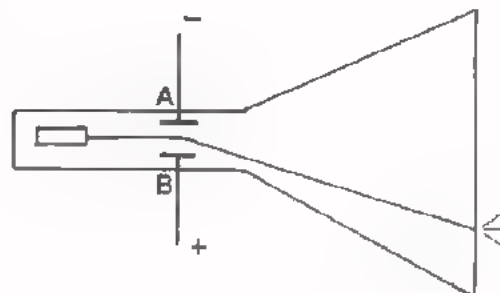
Uit les A2 weten we dat elektronen een negatieve lading hebben. De elektronenstraal, die uit bewegende elektronen bestaat, is dus ook negatief.

Sluit men op de platen A en B een gelijkspanning aan, waarbij plaat A met de "plus" en plaat B met de "min" is verbonden, dan zal plaat A een aantrekkende invloed en plaat B een afstotende invloed op de elektronenstraal uitoefenen.



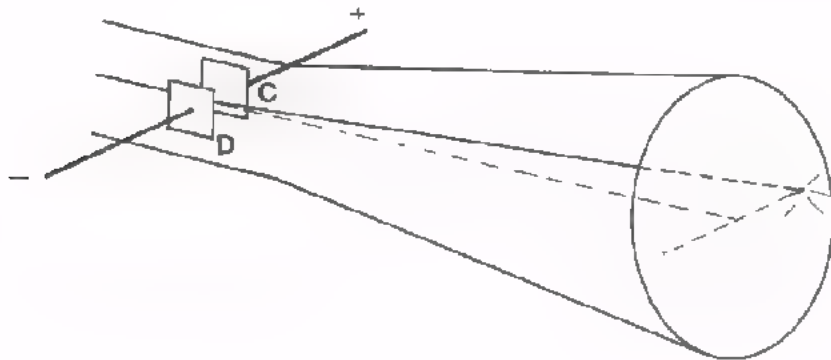
Het gevolg is dat de elektronenstraal *afbuigt* in de richting van A, dus naar boven.

Sluiten we de spanning andersom aan, dan buigt de straal naar beneden af.

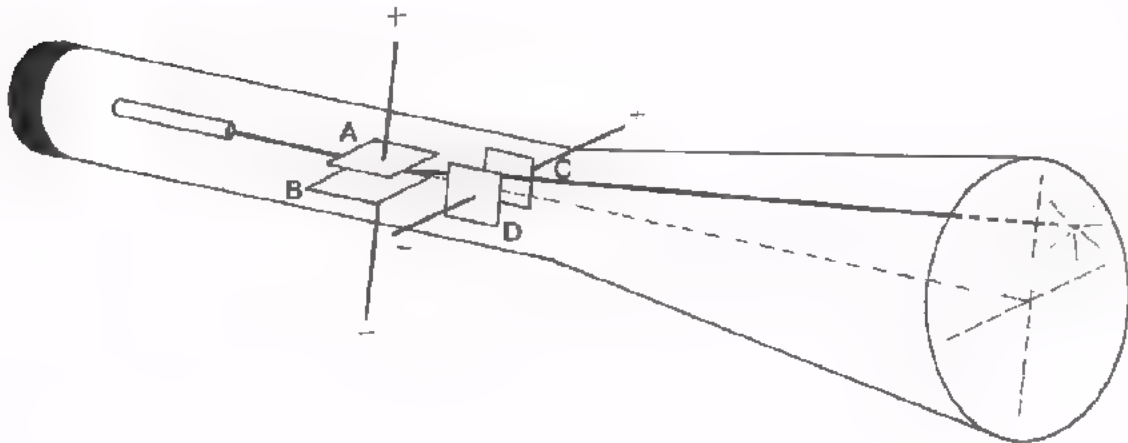


Hoe groter de spanning des te groter de afbuiging.

Hetzelfde geldt voor de platen C en D, maar nu in horizontale richting.



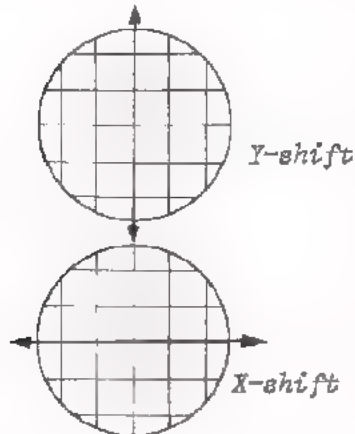
Door nu op de platen A en B zowel als C en D spanningen aan te sluiten, kan men de lichtstip op elke plaats van het scherm krijgen.



In de volgende opdracht gaan we dit zelf eens proberen.

OPDRACHT: "VERPLAATSEN VAN DE LICHTSTIP OP HET SCHERM VAN EEN OSCILLOSCOOP".

- Stel de helderheidsregelaar en de scherpteregelaar zo in, dat een scherpe *niet te felle* stip op het scherm verschijnt.
- Draai de knop "Y-SHIFT" een paar keer links- en rechtsom en plaats de lichtstip tenslotte op de middelste horizontale lijn.



Door het draaien aan deze knop verandert men een inwendige gelijkspanning die is aangesloten op de platen A en B.

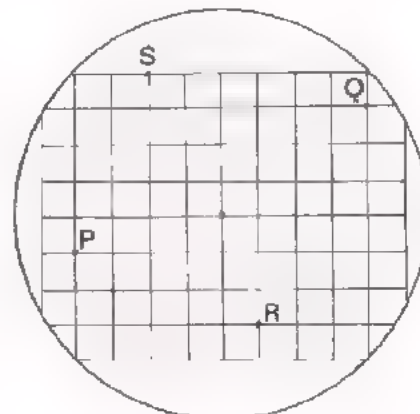
Bij grafieken is men gewend de grootte die men verticaal uitzet met y aan te geven en de grootte die men horizontaal uitzet met x .

Dit is de reden dat men bij een oscilloscoop de verticale verplaatsing met "Y-verplaatsing" of "Y-SHIFT" aangeeft en de horizontale verplaatsing met "X-verplaatsing" of "X-SHIFT".

- Draai vervolgens de knop "X-SHIFT" een paar keer heen en weer en plaats de lichtstip tenslotte op de middelste verticale lijn.

Met deze knop verandert men een gelijkspanning, die aan de platen C en D wordt toegevoerd.

- Probeer nu de lichtstip achtereenvolgens op de punten P, Q, R en S van het scherm te brengen.
- Zet de lichtstip weer in het midden.
- Draai de helderheid terug, maar schakel de oscilloscoop *niet* uit.



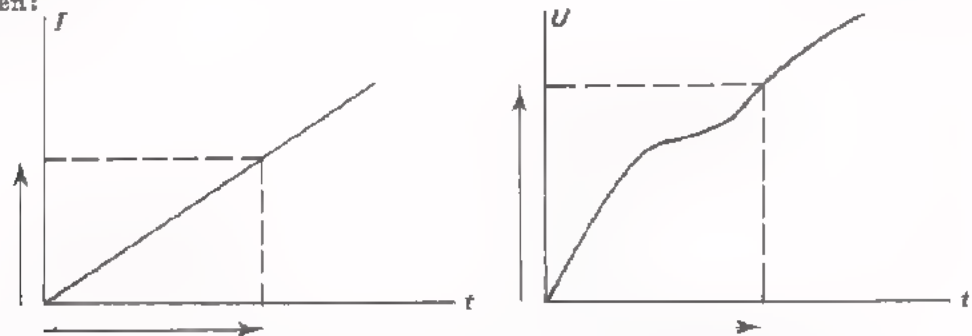
DE OSCILLOSCOOP ALS GRAFIEKENSCHRIJVER

We weten nu:

- hoe we een scherpe lichtstip op het scherm kunnen krijgen, en
- hoe we die lichtstip in de x -richting en in de y -richting over het scherm kunnen laten bewegen.

Dit geeft ons de mogelijkheid grafieken op het scherm te doen verschijnen. Bij een grafiek zet men immers één grootte verticaal en de andere horizontaal uit.

Voorbeelden:



In de elektronica is men vaak geïnteresseerd in het verloop van b.v. een spanning van moment tot moment. Dit verloop wordt dan getekend in een grafiek, die het verband tussen spanning en tijd overzichtelijk vastlegt.

Alle oscilloscopen zijn daarom zó geconstrueerd, dat men zonder verdere hulpmiddelen het verband tussen spanning en tijd direct zichtbaar kan maken. Men kan met een oscilloscoop ook het verband tussen andere grootheden laten zien. Daar zullen we later op terugkomen.

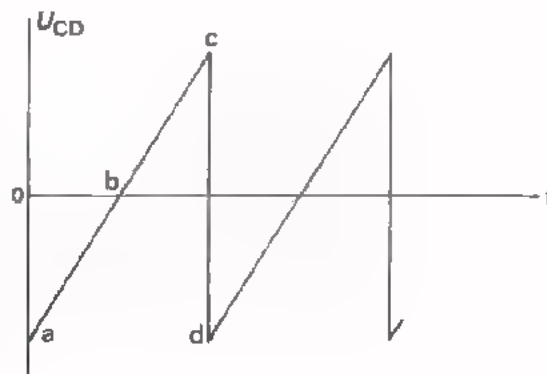
Bij het tekenen van grafieken voor natuurkundige verschijnselen is het gebruikelijk langs de horizontale as, de x -as, de tijd uit te zetten in b.v. jaren, seconden of microseconden. Naarmate een verschijnsel sneller verloopt, wordt een kleinere eenheid langs de tijdas uitgezet. De verdeling langs de tijdas kiest men lineair. Elke centimeter op het grafiekenpapier vertegenwoordigt dezelfde tijdsduur, b.v. $1\text{ cm} = 1\text{ jaar}$ of $1\text{ cm} = 1\text{ }\mu\text{s}$.

Ook op het scherm van de oscilloscoop wordt de horizontale as gebruikt als tijdas. In de oscilloscoop zit een z.g. *tijdbasisshakeling*, die er voor zorgt dat de lichtstip met een *constante snelheid* van links naar rechts over het scherm loopt. Geheel rechts op het scherm angekommen schiet de lichtstip *zeer snel* terug naar links en begint opnieuw aan zijn "wandeling" naar rechts.

Gedurende de snelle *terugslag* wordt de lichtstip onderdrukt, zodat het teruggaan onzichtbaar geschiedt.

Het afwisselend langzaam en gelijkmatig naar rechts en snel naar links bewegen gebeurt doordat op de platen C en D een z.g. *zaagtandspanning* wordt aangesloten.

De spanning van plaat C t.o.v. plaat D verandert gelijkmatig van maximaal negatief (a) via nul (b) naar maximaal positief (c); daarna wordt hij plotseling weer maximaal negatief (d), enz. De zaagtandvormige wisselspanning wordt door de tijdbasisschakeling opgewekt, in een versterker vergroot en aan de afbuigplaten C en D toegevoerd.



De snelheid waarmee de lichtstip over het scherm loopt is afhankelijk van de frequentie van deze zaagtandspanning. De frequentie kan veranderd worden en is zeer nauwkeurig in te stellen. Dit gebeurt met de keuzeschakelaar: "TIME/DIV." (vertaald: "*tijd per vakje*").

Wanneer u deze schakelaar op de oscilloscoop gevonden hebt, ziet u als laagste stand: ".5 s" en als hoogste ".1 μ s".

De schrijfwijze: ".5" betekent "0,5",
".1" betekent "0,1", enz.

Wat betekent dit? In de laagste stand doorloopt de lichtstip één vakje (1 division) in 0,5 seconde. Van links naar rechts moet de stip 10 vakjes (10 divisions) over het scherm doorlopen. In deze stand van de "TIME/DIV"-schakelaar zijn daarvoor dus: $10 \times 0,5 = 5$ seconden nodig. Anders gezegd: Elk vakje op de horizontale tijdas stelt nu 0,5 seconde voor. De 10 vakjes achter elkaar stellen dus 5 seconden voor.

In de stand ".1 μ s" doorloopt de stip één vakje in 0,1 μ s; dus het gehele scherm in de zeer korte tijd van 1 μ s.

We gaan dit nu zelf proberen.

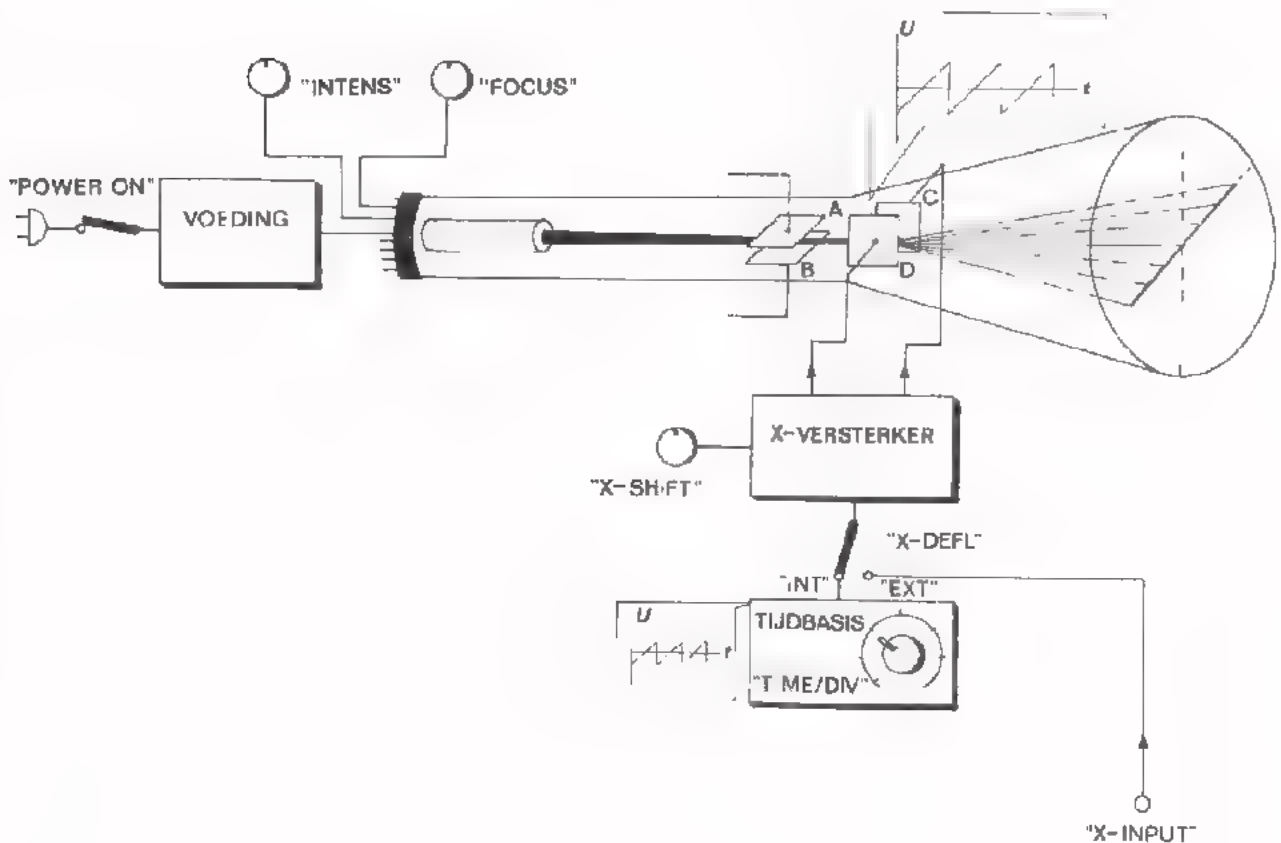
OPDRACHT: "HET GEBRUIK VAN DE "TIME/DIV"-SCHAKELAAR".

- Regel de helderheid en scherpte zó, dat er een scherpe lichtstip op het scherm te voorschijn komt.
- Zet de schakelaar "X-DEFL" in de stand "INT".

Hierdoor wordt de ingebouwde (*interne*) tijdbasisschakeling via de versterker verbonden met de platen C en D. Er ontstaat een afbuiging van de elektronenstraal in de x -richting.

Er is ook een stand "EXT". Zoals we later zullen zien, is het ook mogelijk van buitenaf (*extern*) een afbuigspanning aan de platen C en D toe te voeren via de stekerbuis "X-INPUT".

Om enig idee te krijgen van wat er nu in de oscilloscoop gebeurt is hieronder een z.g. *blokschema* geschetst.



- Draai de schakelaar "TIME/DIV." stap voor stap rechtsom en kijk wat er op het scherm gebeurt. U ziet dat de lichtstip steeds sneller gaat lopen.
- Bereken in hoeveel tijd de lichtstip over 10 vakjes van links naar rechts loopt (de "looptijd") in volgende standen van de keuzeschakelaar.

stand "time/div"	"looptijd" van de stip
.5 s	seconden
.2 s	seconden
.1 s	seconde
50 ms	$\frac{1}{50}$ seconde
10 ms	$\frac{1}{10}$ seconde
1 ms	$\frac{1}{1000}$ seconde
.1 ms	$\frac{1}{10000}$ seconde
50 μ s	$\frac{1}{50000}$ seconde
2 μ s	$\frac{1}{200000}$ seconde
.1 μ s	$\frac{1}{1000000}$ seconde

- Zet de keuzeschakelaar weer op: ".5 sec".
- Zet de schakelaar "X-DEFL" weer in de stand "EXT".
De ingebouwde tijdbasissschakeling is nu niet meer verbonden met de afbuigplaten.
- Draai de helderheid terug.
- Schakel de oscilloscoop *niet* uit.

DE VERTICALE AS ALS SPANNINGSAS

Voor de afbuiging in horizontale richting werd een zaagtandspanning gezet op de afbuigplaten C en D. Als we een spanning toevoeren aan de afbuigplaten A en B krijgen we een afbuiging in verticale richting. Hoe groter deze spanning is, des te verder de lichtstip naar boven of naar beneden gaat. De uitwijking van de lichtstip is een maat voor de spanning, zoals ook de wijzer uitslag van een voltmeter een maat is voor de spanning.

Evenals het meetstelsel van een draaispoelmeter heeft de elektronenstraalbuis zelf één bepaalde spanning, waarbij de uitwijking van de lichtstip maximaal is. Om toch grotere of kleinere spanningen zichtbaar te kunnen

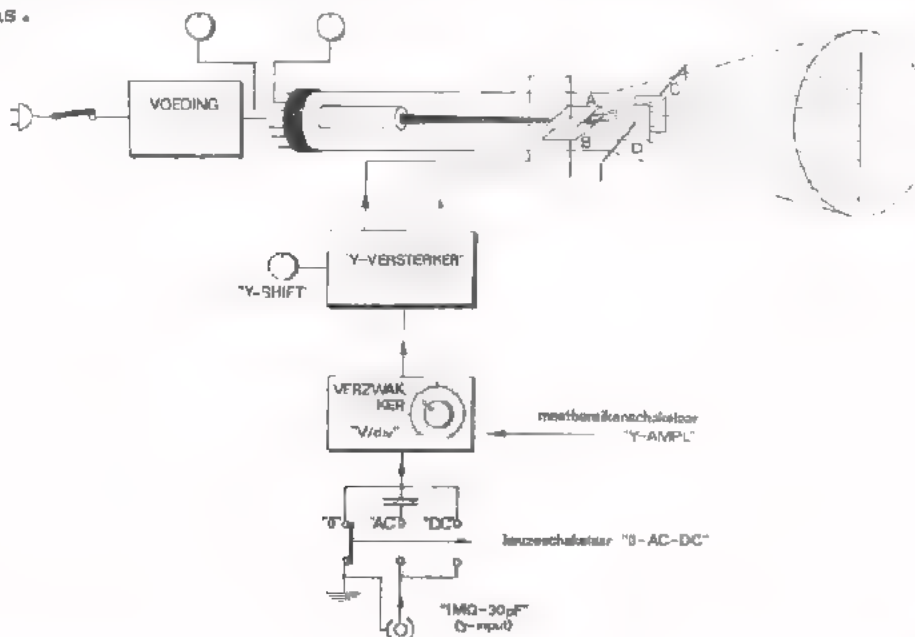
maken is de oscilloscoop voorzien van een combinatie van een *verzwakker* en een *versterker*, die bediend wordt met de meetbereiken-schakelaar "Y-AMPL". De hoogste stand is bijvoorbeeld "50 V/div"; de laagste bij voorbeeld "2 mV/div". Wat wil dit zeggen? In de stand "50 V/div" stelt elk vakje in verticale richting 50 V voor. Op het scherm kan dan een spanning van maximaal $8 \times 50 = 400$ V zichtbaar worden gemaakt. In de stand "2 mV/div" is dit maximaal 16 mV.

De te meten spanning wordt aan de oscilloscoop toegevoerd via de aansluitbus "1 M Ω - 30 pF", waarvan een kant doorverbonden is met het chassis van de oscilloscoop. De te meten spanning komt niet direct op de meetbereiken-schakelaar, maar via een keuzeschakelaar die is aangeduid met "O-AC-DC".

AC is de engelse afkorting voor alternating current (wisselstroom) en DC voor direct current (gelijkstroom).

- In de stand "0" is de verbinding tussen de aansluitbus en de meetbereiken-schakelaar verbroken. Er wordt dan geen spanning aan de platen A en B toegevoerd. Met behulp van de "Y-SHIFT" kan men de nulas precies in het midden of desgewenst op een andere plaats van het scherm brengen. Dit is te vergelijken met de nulinstelling van een draaispoelmeter.
- In de stand "AC" worden alleen wisselspanningen doorgelaten. Een eventuele gelijkspanningscomponent wordt geblokkeerd.
- In de stand "DC" wordt alles doorgelaten, dus zuivere gelijk- en wisselspanningen zowel als combinaties van gelijk- en wisselspanningen.

Hieronder is dit gedeelte van de oscilloscoop schematisch afgebeeld. Bestudeer dit plaatje goed en bekijk ook de afbeelding op blad A26.9 nog eens.



OPDRACHT: "HET METEN VAN GELIJKSPANNING MET DE OSCILLOSCOOP"

- Draai de helderheid op.
- Sluit een gelijkspanningsbron aan op de bus "1 MΩ - 30 pF", waarbij de + van de voedingsbron verbonden wordt met de signaalzijde van de ingangsbuss en de - met de aardzijde.
- Stel de gelijkspanning in op 30 V.
- Zorg dat de "0-AC-DC"-schakelaar in de stand "0" staat.
Er wordt nog geen spanning doorgelaten.
- Zet de verzwakker in de stand "10V/div".
- Regel de "Y-SHIFT" totdat de lichtstip op de middelste horizontale lijn ligt.
- Zet de schakelaar "0-AC-DC" in de stand "AC".
Er gebeurt niets, want in deze stand worden alleen wisselspanningen doorgelaten.
- Zet de schakelaar "0-AC-DC" nu op "DC".
De lichtstip gaat nu naar *boven*. Dit betekent dat de signaalzijde van de ingangsbuss *positief* is t.o.v. de aardzijde.

Vul in:

Verplaatsing	Stand van de bereikenschakelaar "Y-AMPL"	Gemeten spanning			
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;"> div </div>	x	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;"> V/div </div>	=	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;"> + </div>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;"> V </div>

- Zet de bereikenschakelaar in de stand "20 V/div".

Verplaatsing	Stand van de bereikenschakelaar	Gemeten spanning			
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;"> div </div>	x	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;"> V/div </div>	=	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;"> + </div>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;"> V </div>

- Zet de schakelaar weer in de stand "10 V/div".
- Regel de spanning van de voedingsbron enige keren van 0 naar 35 V en terug.
- Verwissel + en - van de voedingsbron en regel de spanning weer enige keren van 0 naar 35 V en terug.

De lichtstip gaat nu naar *beneden*. De spanning is *negatief* t.o.v. de aardzijde van de ingangsbuss.

- Verwijder de spanningsbron.

OPDRACHT: "WISSELSpanNING ZICHTBAAR MAKEN"

- Sluit een wisselspanning aan op de ingangsbuis van de oscilloscoop.

Deze wisselspanning wordt verkregen uit een wisselspanningsbron, die een spanning levert tussen 0 V en ongeveer 5 V.

Uw leraar stelt de frequentie in op ongeveer 1 Hz.

- Zet de schakelaar "O-AC-DC" op "DC".

De lichtstip gaat in een ritme van 1 x per seconde naar boven en naar beneden.

De bron levert een gelijkspanning plus een wisselspanning met een frequentie van 1 Hz = 1 periode per seconde.

- Zet de bereikenschakelaar "Y-AMPL" zo, dat de lichtstip vanuit het midden circa drie vakjes naar boven en drie vakjes naar onderen beweegt.

- Zet de schakelaar "X-DEFL" op "INT".

Nu gaat ook de horizontale afbuiging werken.

- Tel het aantal perioden van de wisselspanning, dat nu op het scherm verschijnt. Klopt dit, rekening houdend met de stand "TIME/DIV"?

Looptijd lichtstip: s/div x 10 = s

Per seconde een periode, dus totaal: perioden

- Zet de "TIME/DIV"-schakelaar op ".2 sec" en tel weer het aantal perioden.

perioden

- Doe hetzelfde bij de stand ".1 sec".

perioden

- Verhoog zelf de frequentie van de toegevoerde wisselspanning tot 5 Hz. Zorg er opnieuw voor dat er een periode op het scherm staat. De stand van de "TIME/DIV"-schakelaar is nu:

ms/div

- Doe hetzelfde achtereenvolgens voor 10 Hz, 50 Hz en 100 Hz.

Stand "TIME/DIV" schakelaar voor 10 Hz ms/div

Stand "TIME/DIV" schakelaar voor 50 Hz ms/div

Stand "TIME/DIV" schakelaar voor 100 Hz ms/div

- Om van een wisselspanning met een hogere frequentie toch slechts één periode op het scherm te krijgen kiest men een kortere "looptijd". Hiermee kan men niet onbeperkt doorgaan.

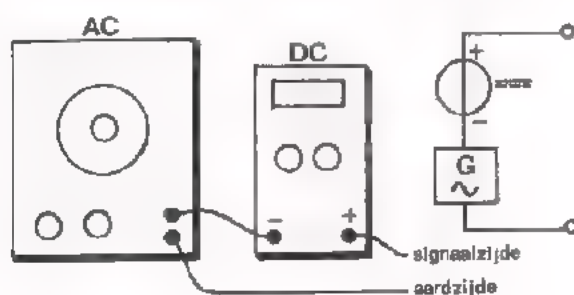
Bereken voor deze oscilloscoop de hoogste frequentie waarbij er nog juist één periode op het scherm wordt verkregen.

$$f = \boxed{}$$

- Regel de frequentie van de wisselspanningsbron op deze waarde en kijk of dit klopt.

OPDRACHT: "ONZUIVERE WISSELSpanNING MET SCHEIDEN VAN DE GELIJKSPANNINGSCOMPONENT"

- Sluit de wisselspanningsbron in serie met de gelijkspanningsbron aan op de ingang van de oscilloscoop.

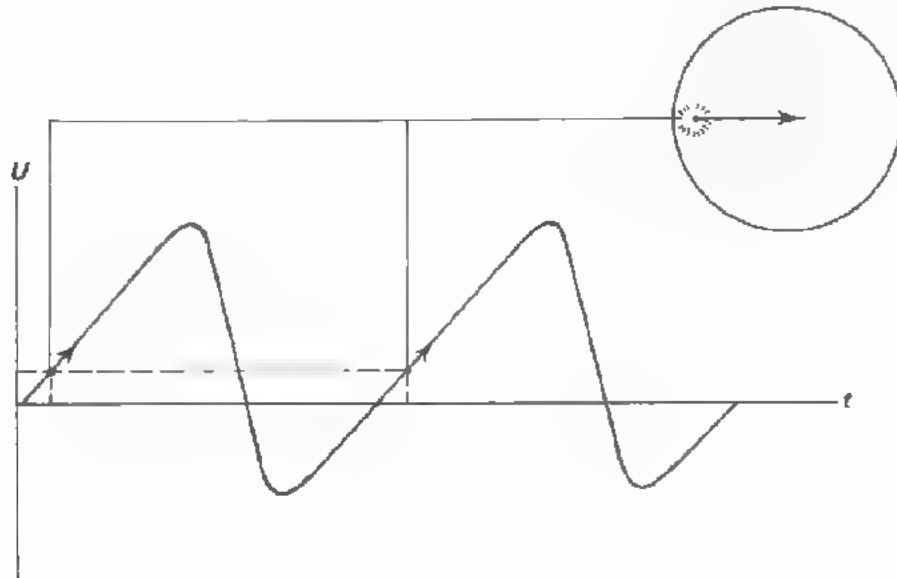


- Stel de gelijkspanning in op 5 V.
- Stel van de wisselspanning de frequentie in op 1000 Hz en zet de knop "AMPLITUDE" geheel rechtson.

- Zet de schakelaar "Y-AMPL" van de oscilloscoop op "2 V/div."
- Schakelaar "O-AC-DC" op "AC".
U ziet nu alleen de wisselspanningscomponent.
- Schakelaar "O-AC-DC" op "DC".
U ziet nu ook de positieve gelijkspanning.
- Varieer de gelijkspanning van 5 V naar 0 V en weer naar 5 V en kijk wat er gebeurt.
- Als de gelijkspanning tot 0 V is teruggebracht hebt u een zuivere wisselspanning. Controleer dit door de schakelaar "O-AC-DC" van "DC" naar "AC" om te zetten en weer terug.
- Keer de + en de - van de gelijkspanningsbron om en herhaal de drie voorafgaande punten.

HET STILSTAAN VAN HET BEELD

Bij het "schrijven" van het beeld beschrijft de lichtstip telkens dezelfde lijn op het scherm. De achtereenvolgende beelden vallen steeds op elkaar. Dit is geen toeval. Daarvoor zorgt het zogenaamde *triggering*-gedeelte van de oscilloscoop. Als de meest rechtste *triggering*-schakelaar op "INT" staat, zorgt een schakeling in de oscilloscoop ervoor, dat de lichtstip telkens bij eenzelfde momentele waarde van de spanning aan een nieuwe "wandeling" over het scherm begint.



Men kan daarbij kiezen tussen starten bij een positieve of bij een negatieve momentele waarde. Ook bestaat de mogelijkheid om de stip telkens te laten starten op "commando's" van een uitwendig signaal, dat toegevoerd kan worden via de aansluitbus "TRIGG".

OPDRACHT: "STILZETTEN VAN HET BEELD"

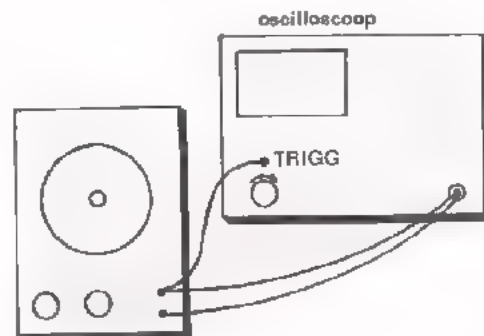
- Sluit een wisselspanning van 500 Hz aan op de ingang van de oscilloscoop. Zet de "AMPLITUDE" van de wisselspanningsbron rechtsom.
- Zet de "TIME/DIV"-schakelaar zodanig dat één periode op het scherm verschijnt.

De stand van de schakelaar is dan: s/div

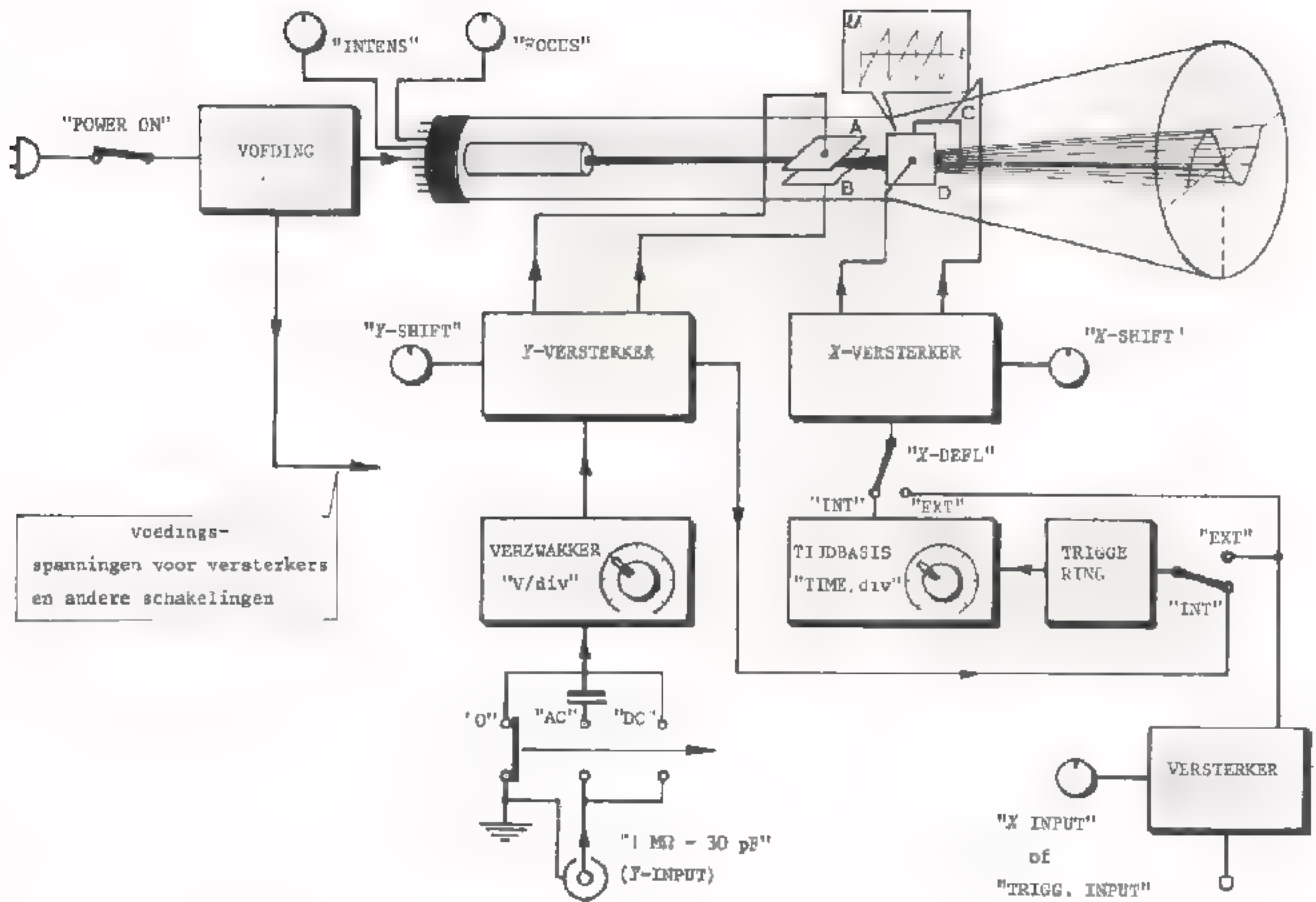
- Zet "TRIGGERING" op "-" en kijk wat er gebeurt.
Het beeld begint steeds met een negatieve momentele waarde.
- Zet "TRIGGERING" op "+" en kijk wat er gebeurt.
Het beeld start nu steeds met een positieve momentele waarde.
- Zet "TRIGGERING" op "EXT".
De lichtstip ontvangt nu geen "commando's" van de inwendige schakeling, zodat de beelden niet meer op elkaar vallen.

- Sluit dezelfde wisselspanning ook aan op de aansluitbus "TRIGG" en draai de bijbehorende regelknop rechtsom.

Het beeld staat nu weer stil.
De "commando's" voor de lichtstip komen nu van de wisselspanningsbron zelf.



- Zet "TRIGGERING" weer op "INT".
- Schakel de oscilloscoop uit.
- Schakel de wisselspanningsbron uit.



OPDRACHT: "VOLGORDE VAN DE BEDIENING"

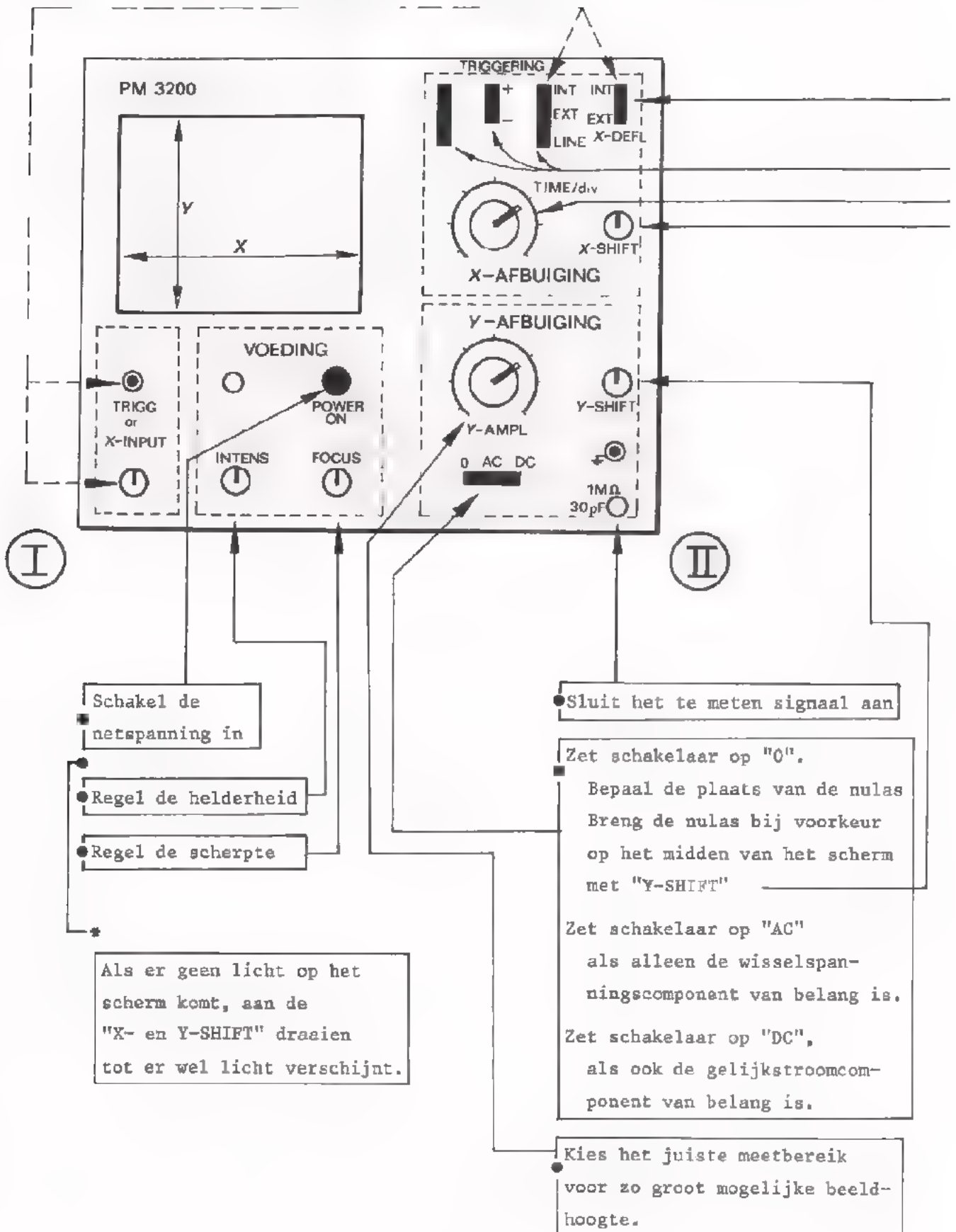
- Op pagina's 18 en 19 vindt u een samenvatting van de bediening van de oscilloscoop. De volgorde van de diverse handelingen is aangegeven met I, II en III.
- Uw leraar stelt de wisselspanningsbron in op een bepaalde spanning en frequentie.
- Bepaal met de oscilloscoop de grootte van deze onbekende spanning.

$U_{tt} =$

- Bepaal de frequentie van deze spanning.

$f =$

EXTERNE X-AFBUIGING of EXTERNE TRIGG.



III

Zet schakelaar op "INT"
voor inwendige tijdbasis (normaal).

- Zet schakelaar op "EXT"
als uitwendige afbuigspanning wordt
gebruikt (uitzondering).

- Zet schakelaars in hun bovenste stand
voor het stilzetten van het beeld.

- Kies de gewenste "looptijd" van de lichtstip.

- Verschuif zonodig het beeld in horizontale
richting.

Lined writing area with horizontal lines.

NAAM:

KLAS:

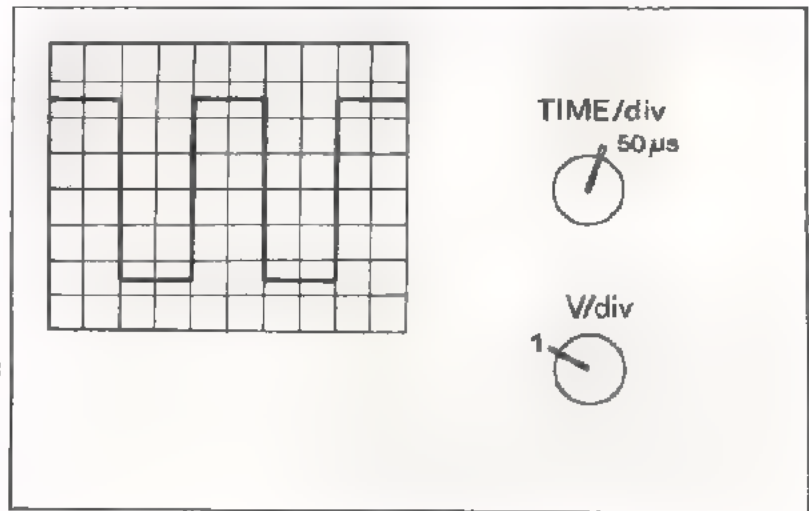
OEFENINGEN

1. De spanning die op deze oscilloscoop zichtbaar is gemaakt, heeft van de boven- tot de onderkant van het beeld een waarde

$U_{tt} =$

en een frequentie van:

$f =$

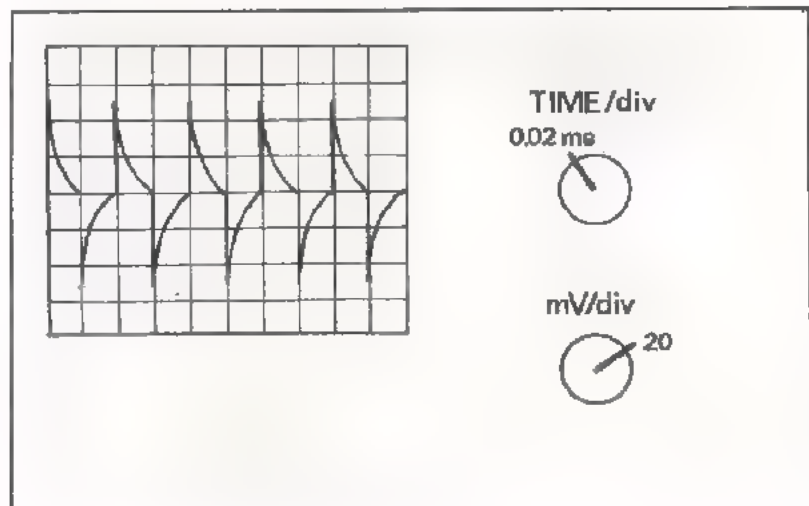


2. De spanning die op deze oscilloscoop zichtbaar is heeft een waarde van:

$U_{tt} =$

en een frequentie van:

$f =$

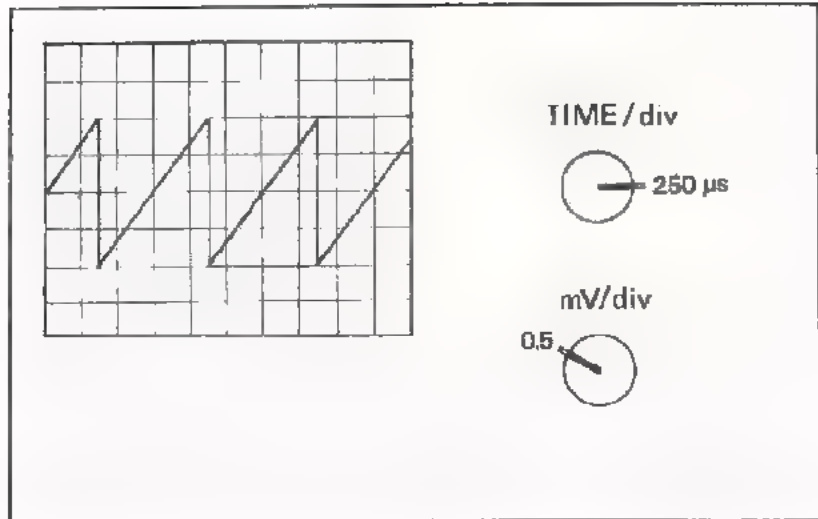


3. Hier is de waarde van de spanning:

$U_{tt} =$

en van de frequentie:

$f =$



4. Bereken in hoeveel tijd de lichtstip over 8 vakjes van links naar rechts loopt (de "looptijd") in volgende standen van de keuzeschakelaar.

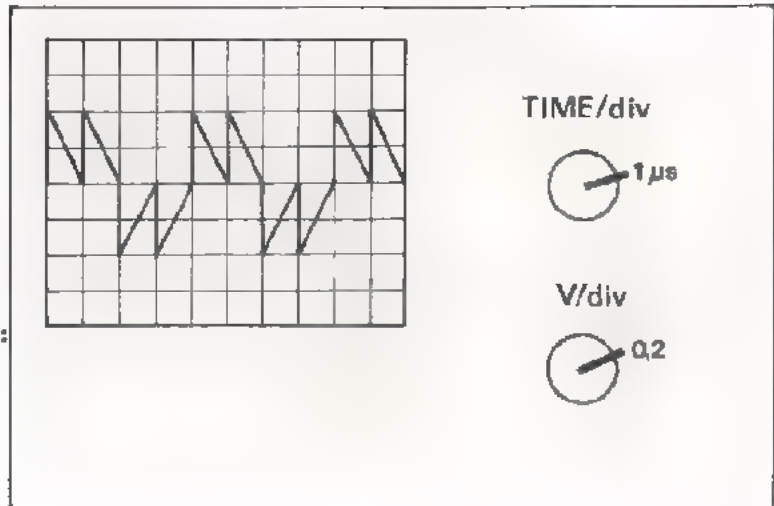
stand "TIME/div"	"looptijd" van de stip
.5 ms	<u>1</u> seconde
.2 μs	<u>1</u> seconde
.1 s	seconde
50 μs	<u>1</u> seconde
10 ms	<u>1</u> seconde
1 ms	<u>1</u> seconde
20 μs	<u>1</u> seconde
50 ms	seconde
.2 s	seconden
.1 μs	<u>1</u> seconde

5. De spanning die op deze oscilloscoop zichtbaar is heeft een waarde van:

$$U_{tt} = \boxed{}$$

en een frequentie van:

$$f = \boxed{}$$

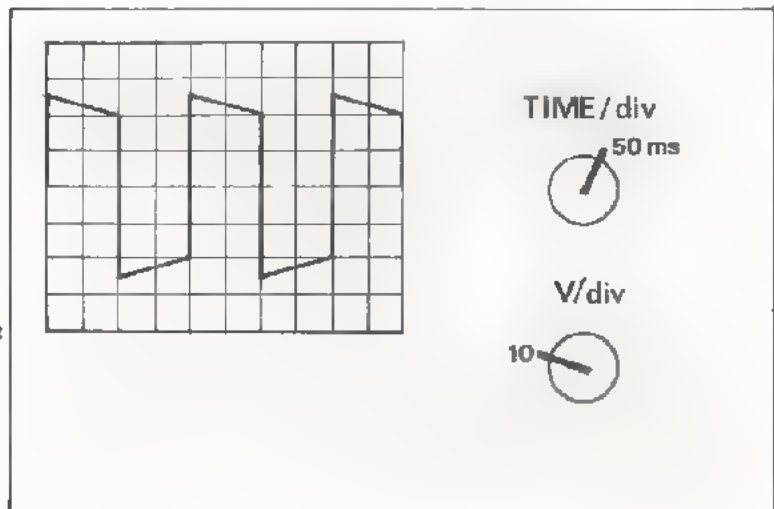


6. De spanning die op deze oscilloscoop zichtbaar is heeft een waarde van:

$$U_{tt} = \boxed{}$$

en een frequentie van:

$$f = \boxed{}$$

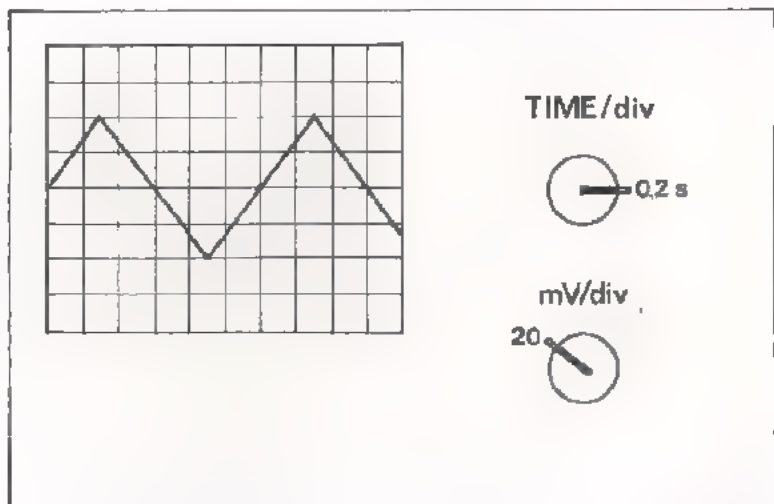


7. Hier is de waarde van de spanning:

$$U_{tt} = \boxed{}$$

en van de frequentie:

$$f = \boxed{}$$

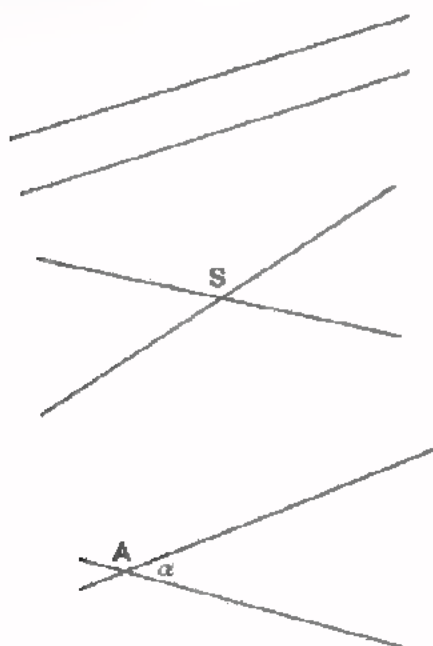


Lined writing area with horizontal lines.

A 27 MEETKUNDE EN TRIGONOMETRIE

Voor het stuk wisselstroomtechniek dat we in de volgende lessen gaan behandelen is het nodig eerst aandacht te besteden aan wat meetkunde. We nemen aan dat u al eerder grondbeginselen van de meetkunde hebt gehad, maar we beginnen toch met in het kort enige begrippen op te frissen.

LIJNEN EN HOEKEN



Hier ziet u twee *rechte lijnen*. Zij lopen *evenwijdig*; zij snijden elkaar nergens, ook niet als men ze verlengt.

Dit zijn weer twee rechte lijnen. Deze lopen niet evenwijdig, maar *snijden* elkaar in punt S.

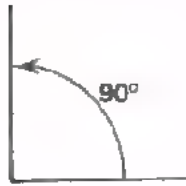
Twee rechte lijnen die elkaar snijden vormen een *hoek*. Het *hoekpunt* geeft men aan met een hoofdletter; men schrijft $\angle A$. Ook gebruikt men voor het aanduiden van hoeken kleine griekse letters, zoals:

- α - "alfa"
- β - "bèta"
- γ - "gamma"
- δ - "delta"
- ϕ - "phi", enz.

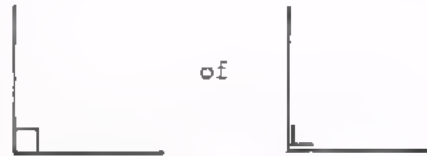
Hoeken meet men in *graden*. Een graad is onderverdeeld in 60 minuten en een minuut op zijn beurt weer in 60 seconden.

Men schrijft b.v.: $34^{\circ}18'56''$. Dit betekent:

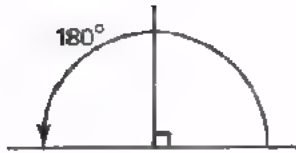
"34 graden, 18 minuten, 56 seconden".



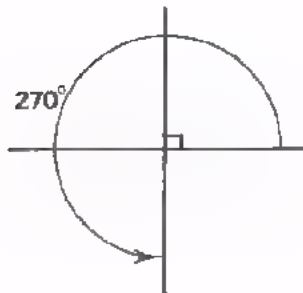
Twee lijnen die loodrecht op elkaar staan vormen een hoek van 90° . Een hoek van 90° noemt men een *rechte hoek* en geeft men meestal aan als:



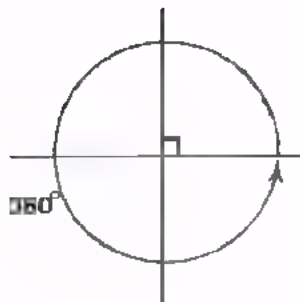
Twee rechte hoeken vormen samen een *gestrekte hoek*, die dus 180° is.



Deze hoek is $3 \times 90^\circ = 270^\circ$.



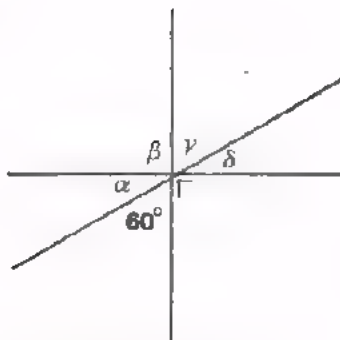
Deze hoek is 360° .



Hoeken kleiner dan 90° noemt men *scherp*.
Hoeken groter dan 90° noemt men *stomp*.

OEFENINGEN

1.



Hoe groot zijn volgende hoeken?

$\alpha =$

$\beta =$

$\gamma =$

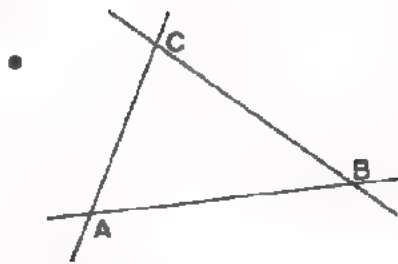
$\delta =$

2. Wat is de helft van 45° ?

3. Welke hoek β vormt samen met $\alpha = 37^\circ 24'$ een rechte hoek?

$\beta =$

DRIEHOEKEN

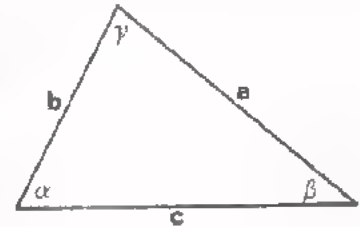


Een figuur ingesloten door drie lijnen heet een driehoek.

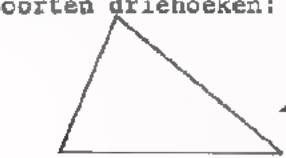
Een driehoek heeft drie zijden en drie hoeken. De hoeken zijn: $\angle A$, $\angle B$ en $\angle C$ en de zijden AB, BC en AC.

Een andere manier om zijden en hoeken van een driehoek aan te geven ziet u in nevenstaande figuur.

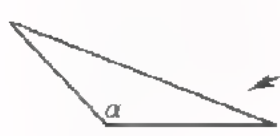
De hoeken zijn met kleine griekse letters aangeduid en de zijden met gewone kleine letters. Het is daarbij de gewoonte om de zijde tegenover α met a, de zijde tegenover β met b en die tegenover γ met c aan te geven.



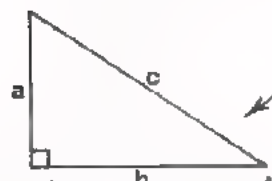
- De hoeken van een driehoek zijn samen altijd 180° .
- Soorten driehoeken:



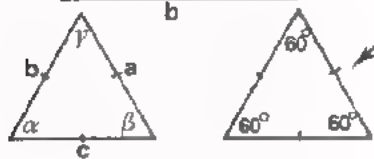
- Scherphoekige driehoek
alle hoeken $< 90^\circ$.



- Stomphoekige driehoek
 $\alpha > 90^\circ$.



- Rechtthoekige driehoek $\gamma = 90^\circ$
a en b heten rechtthoekzijden
en c is de schuine zijde.



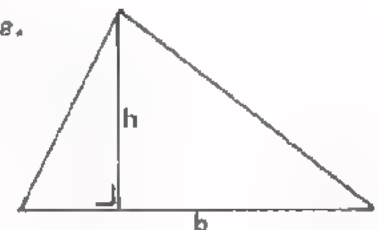
- Gelijkzijdige driehoek
 $a = b = c$
 $\alpha = \beta = \gamma = 60^\circ$.

Dat twee zijden aan elkaar gelijk zijn geven we aan door elk van een streepje te voorzien.



- Gelijkbenige driehoek
 $a = b$ en $\alpha = \beta$.

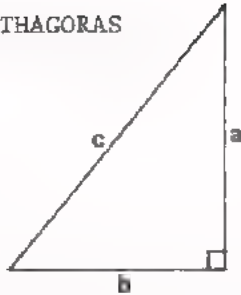
- De onderste zijde van een driehoek heet basis. De hoek tegenover de basis is de tophoek. Een lijn uit de tophoek loodrecht op de basis neergelaten is de hoogtelijn, zijn lengte is de hoogte.



- Het oppervlak van een driehoek is het halve product van basis (b) en hoogte (h):

$$A = \frac{1}{2} bh$$

DE STELLING VAN PYTHAGORAS



Hier ziet u een rechthoekige driehoek. Tussen de zijden van een rechthoekige driehoek bestaat een eenvoudig verband. Er geldt altijd:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

In woorden: "De som van de kwadraten van de rechthoekszijden is gelijk aan het kwadraat van de schuine zijde".

Dit is de *stelling* van *Pythagoras*.

Voorbeelden van toepassingen:

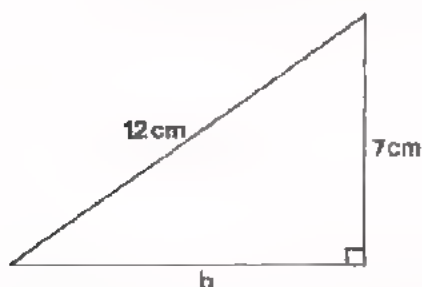
- $a = 3$, dan: $a^2 = 9$
 $b = 4$, dan: $b^2 = 16$
 $c^2 = a^2 + b^2 = 25$
 $c = \sqrt{25} = 5$.

- De schuine zijde van een rechthoekige driehoek is 10. Een van de rechthoekszijden is 6. Hoe groot is de andere rechthoekszijde?

Pythagoras: $a^2 + b^2 = c^2$
 $6^2 + b^2 = 10^2$
 $36 + b^2 = 100$
 $b^2 = 100 - 36 = 64$
 $b = \sqrt{64} = 8$.

- Nog een wat minder mooi uitkomend voorbeeld.

Gevraagd de rechthoekszijde b .



$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$7^2 + b^2 = 12^2$$

$$49 + b^2 = 144$$

$$b^2 = 144 - 49 = 95$$

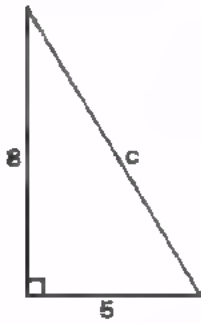
$$b = \sqrt{95} = 9,75.$$

(zie wortelrabel).

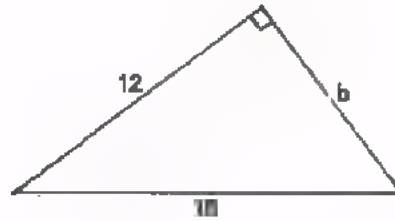
Conclusie: Als twee zijden van een rechthoekige driehoek gegeven zijn, kan men met behulp van de stelling van Pythagoras de derde zijde berekenen.

OEFENINGEN

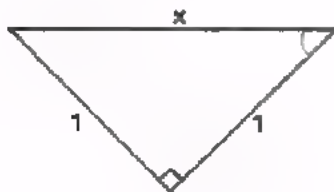
Bereken de onbekende zijde in elk van volgende rechthoekige driehoeken.
Gebruik zonodig de worteltabel.



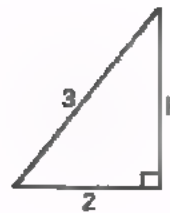
$c =$



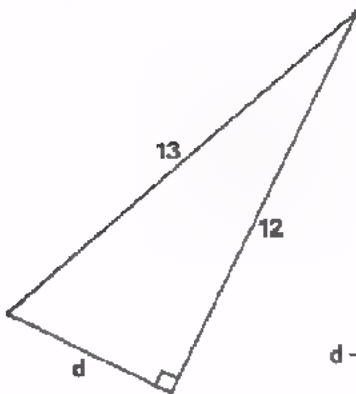
$b =$



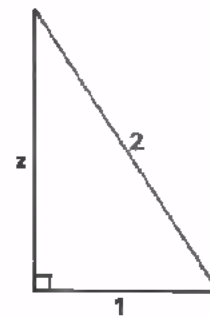
$x =$



$p =$



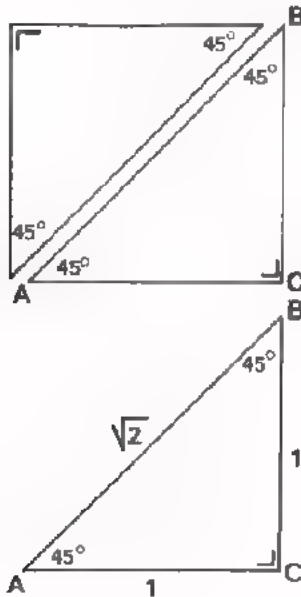
$d =$



$z =$

TWEE BIJZONDERE RECHTHOEKIGE DRIEHOEKEN

De rechthoekige driehoek is een veel voorkomende driehoek.



Er zijn twee bijzondere rechthoekige driehoeken.

- Een bijzondere rechthoekige driehoek ontstaat als de helft van een op deze wijze doorgeknipt vierkant.

Deze driehoek is rechthoekig maar ook gelijkbenig; $AC = BC$.

Tevens $\angle A = \angle B = 45^\circ$.

Stel, dat de twee gelijke zijden beide 1 m lang zijn. Hoe lang is dan de schuine zijde AB?

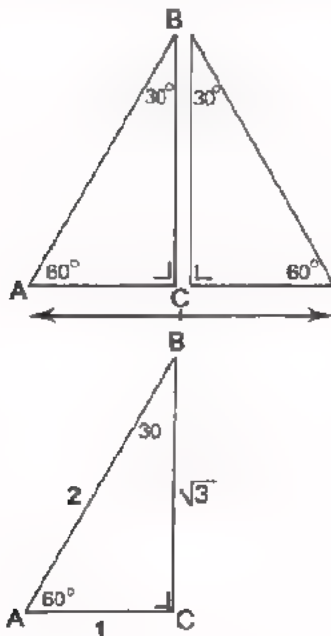
Met Pythagoras:

$$AB^2 = AC^2 + BC^2$$

$$AB^2 = 1^2 + 1^2 = 2$$

$$AB = \sqrt{2} \approx 1,41 \text{ m.}$$

- Een andere bijzondere rechthoekige driehoek ontstaat als de helft van een volgens de hoogtelijn doorgeknipte gelijkzijdige driehoek.



In $\triangle ABC$

$$AB = 2AC$$

$$\angle A = 60^\circ$$

$$\angle B = 30^\circ.$$

Stel, dat de zijde $AC = 1 \text{ m}$, dan is de zijde $AB = 2 \text{ m}$. Hoe lang is nu de rechthoekszijde BC ?

We vinden deze weer met Pythagoras.

$$AC^2 + BC^2 = AB^2$$

$$1^2 + BC^2 = 2^2$$

$$1 + BC^2 = 4$$

$$BC^2 = 3$$

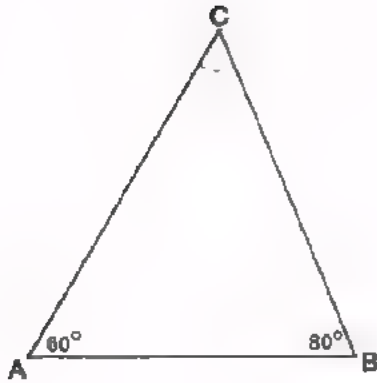
$$BC = \sqrt{3} \approx 1,73 \text{ m.}$$

Conclusie: • Bij een driehoek met hoeken van 45° , 45° en 90° verhouden zich de zijden als $1 : 1 : \sqrt{2}$.

- Bij een driehoek met hoeken van 30° , 90° en 60° verhouden zich de zijden als $1 : 2 : \sqrt{3}$.

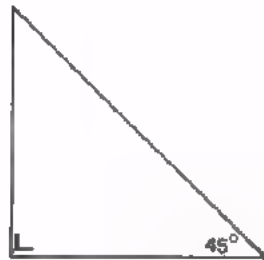
OEFENING

1.



- $C = 40^\circ$
- 50°
- 60°
- andere waarde

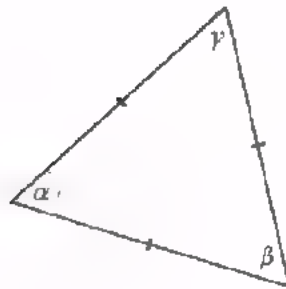
2.



Deze driehoek is:

- gelijkzijdig
- gelijkbenig
- scherphoekig
- stomphoekig

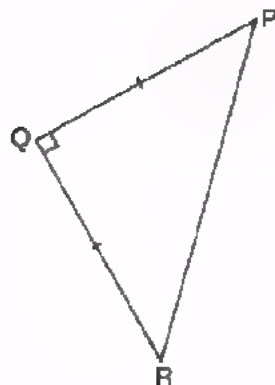
3.



In deze driehoek is:

- $\alpha = 45^\circ$
- $\alpha + \gamma = 90^\circ$
- $\gamma = 30^\circ$
- $\alpha + \beta = 120^\circ$

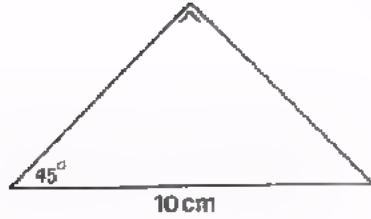
4.



In ΔPQR is de rechthoekszijde $QR = 10$ cm. De schuine zijde PR is:

- 10 cm
- 20 cm
- $10\sqrt{2}$ cm
- niet te bepalen

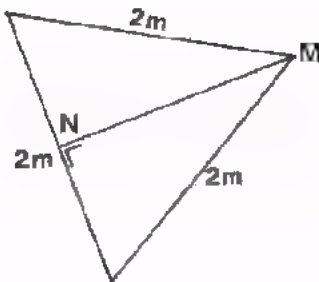
5.



Het oppervlak van deze driehoek is:

- 50 cm^2
- $25\sqrt{3} \text{ cm}^2$
- 25 cm^2
- andere waarde

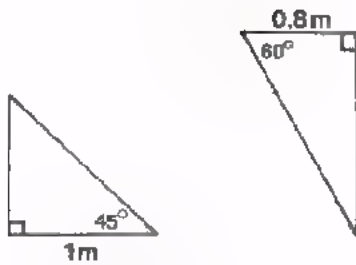
6.



De lengte van het stuk MN is:

- 0,5 m
- $\sqrt{3}$ m
- 1 m
- 2 m

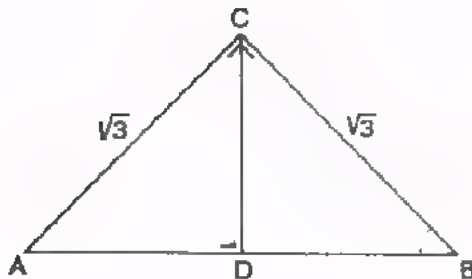
7.



Het oppervlak van de linker driehoek:

- is groter dan dat van de rechter
- is kleiner dan dat van de rechter
- is hetzelfde als dat van de rechter
- kan even groot zijn als dat van de rechter

8.

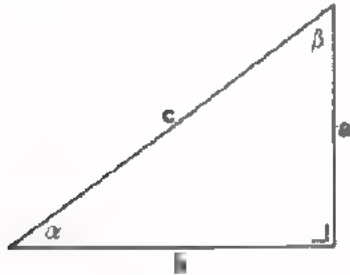


De hoogtelijn CD heeft een lengte van:

- $\sqrt{1\frac{1}{2}}$
- $\frac{1}{2}\sqrt{3}$
- $\frac{1}{2}\sqrt{2}$
- $\sqrt{\frac{1}{2}}$

DE SINUS VAN EEN HOEK

Een in de elektriciteitsleer veel gebruikt soort meetkunde is de *gonio*. Een van de begrippen waarmee men daar veel werkt is de *sinus*.



Wat een sinus is kunnen we het best uitleggen aan de hand van een rechthoekige driehoek.

Onder de sinus van α verstaat men de verhouding van de rechthoekszijde a tot de schuine zijde c .

Men schrijft:

$$\sin \alpha = \frac{a}{c}.$$

Algemeen is de sinus van een hoek de verhouding van de rechthoekszijde tegenover die hoek en de schuine zijde. De rechthoekszijde tegenover een hoek noemt men de *overstaande* rechthoekszijde.

Kortweg:

$\sin \alpha = \frac{\text{overstaande rechthoekszijde}}{\text{schuine zijde}}$

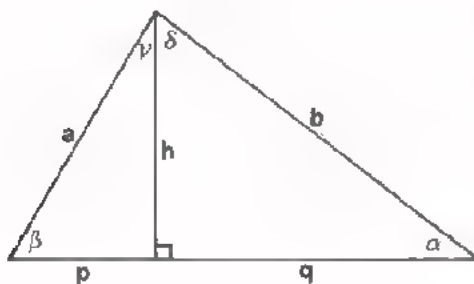
In bovenstaande rechthoekige driehoek geldt evenzo:

$$\sin \beta = \frac{b}{c}.$$

Ga dit na!

OEFENING

Schrijf de sinus van volgende hoeken op.



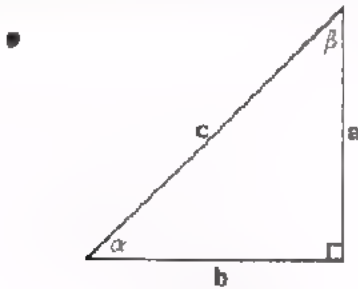
$\sin \alpha =$

$\sin \beta =$

$\sin \gamma =$

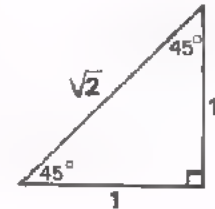
$\sin \delta =$

DE SINUS VAN ENIGE "MOOIE" HOEKEN



Deze rechthoekige driehoek is gelijkbenig ($a = b$), zodat $\alpha = \beta = 45^\circ$.

Zoals we gezien hebben, verhouden zich de zijden als aangegeven in nevenstaande figuur.



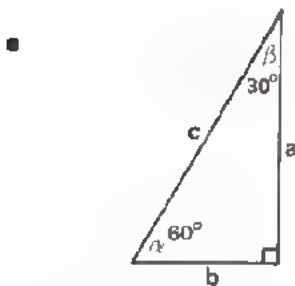
Uit de figuur lezen we dan ook onmiddellijk af:

$$\sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Door teller en noemer van de breuk $\frac{1}{\sqrt{2}}$ te vermenigvuldigen met $\sqrt{2}$ krijgen we:

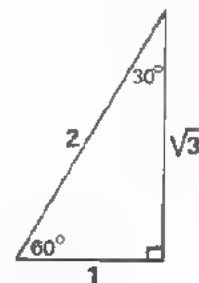
$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{1 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2 \cdot 2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{2} \sqrt{2}.$$

$$\text{Dus: } \sin 45^\circ = \frac{1}{2} \sqrt{2}.$$



Deze rechthoekige driehoek heeft een hoek van 60° en een van 30° .

De verhouding van de zijden is hiernaast aangegeven.



We lezen uit de figuur direct af:

$$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2} \sqrt{3}$$

$$\text{en } \sin 30^\circ = \frac{1}{2}.$$

Ga dit na!

Omdat de verhoudingen van de zijden in bovenstaande rechthoekige driehoeken eenvoudig te bepalen zijn, is het opschrijven van $\sin 30^\circ$, $\sin 45^\circ$ en $\sin 60^\circ$ betrekkelijk gemakkelijk.

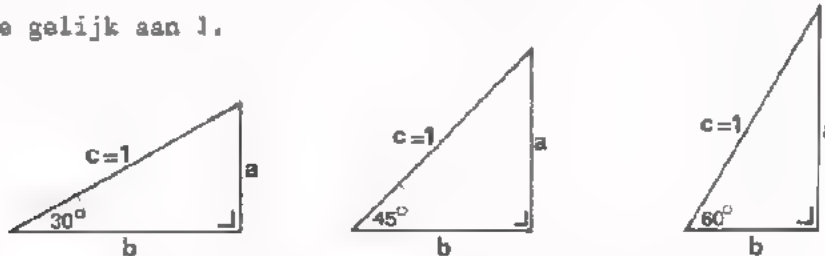
$\begin{aligned} \sin 30^\circ &= \frac{1}{2} \\ \sin 45^\circ &= \frac{1}{2} \sqrt{2} \\ \sin 60^\circ &= \frac{1}{2} \sqrt{3} \end{aligned}$
--

Merk op, dat de sinus van deze hoeken toeneemt als de hoek toeneemt.

DE SINUS VAN HOEKEN IN EEN EERSTE KWADRANT

We weten nu wat de sinus van een hoek is. Bovendien zijn we in staat de sinus van 30° , 45° en 60° uit te rekenen.

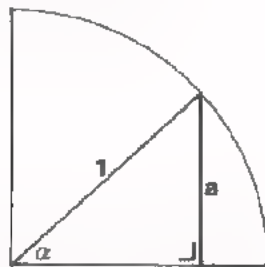
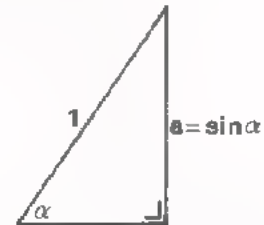
Hieronder zijn de rechthoekige driehoeken met "mooie" hoeken nogmaals getekend. De schuine zijde heeft telkens dezelfde lengte. Deze lengte *stellen* we gelijk aan 1.



Als in een rechthoekige driehoek de schuine zijde $c = 1$, dan geldt:

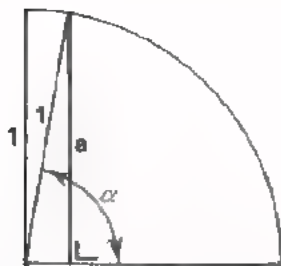
$$\sin \alpha = \frac{a}{c} = \frac{a}{1} = a.$$

De lengte van de rechthoekszijde a is dan direct gelijk aan $\sin \alpha$.



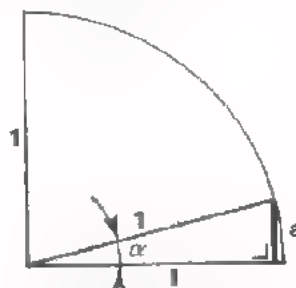
We tekenen nu een kwart cirkel met een straal 1. In deze kwart cirkel, die men "het eerste kwadrant" noemt, is op nevenstaande manier een rechthoekige driehoek met een hoek α aangebracht.

In de kwart cirkel kunnen we zien wat er met de lengte $a = \sin \alpha$ van de zijde gebeurt, als α verandert.



Laten we α groter worden, dan wordt a ook groter. Is de hoek $\alpha = 90^\circ$, dan valt a samen met de straal 1 van de cirkel. Dus:

$$\sin 90^\circ = 1.$$



Laten we α kleiner worden, dan wordt a ook kleiner. Is de hoek $\alpha = 0^\circ$, dan is er van a niets overgebleven. Dus:

$$\sin 0^\circ = 0.$$

We constateren op deze manier dat, als de hoek α van 0° naar 90° loopt, $\sin \alpha$ dan van 0 naar 1 gaat.

Hoe groot is nu de sinus van hoeken tussen 0° en 90° ? Voor $\alpha = 30^\circ, 45^\circ$ en 60° hebben we dit toevallig gemakkelijk kunnen berekenen, maar voor andere hoeken moeten we dit aflezen uit een tabel, een *sinustafel*. In zo'n tabel staan de waarden van de sinussen van hoeken van 0° tot en met 90° kant en klaar voor u uitgerekend. Hieronder is een sinustafel gegeven.

hoek (graden)	sinus	hoek (graden)	sinus	hoek (graden)	sinus
0	0,000	30	0,500	60	0,866
1	0,018	31	0,515	61	0,875
2	0,035	32	0,530	62	0,883
3	0,052	33	0,545	63	0,891
4	0,070	34	0,559	64	0,899
5	0,087	35	0,574	65	0,906
6	0,105	36	0,588	66	0,914
7	0,122	37	0,602	67	0,921
8	0,139	38	0,616	68	0,927
9	0,156	39	0,629	69	0,934
10	0,174	40	0,643	70	0,940
11	0,191	41	0,656	71	0,946
12	0,208	42	0,669	72	0,951
13	0,225	43	0,682	73	0,956
14	0,242	44	0,695	74	0,961
15	0,259	45	0,707	75	0,966
16	0,276	46	0,719	76	0,970
17	0,292	47	0,731	77	0,974
18	0,309	48	0,743	78	0,978
19	0,326	49	0,755	79	0,982
20	0,342	50	0,766	80	0,985
21	0,358	51	0,777	81	0,988
22	0,375	52	0,788	82	0,990
23	0,391	53	0,799	83	0,993
24	0,407	54	0,809	84	0,995
25	0,423	55	0,819	85	0,996
26	0,438	56	0,829	86	0,998
27	0,454	57	0,839	87	0,999
28	0,470	58	0,848	88	0,999
29	0,485	59	0,857	89	1,000
30	0,500	60	0,866	90	1,000

VOORBEELDEN

Probeer in de tabel terug te vinden:

$$\sin 10^\circ = 0,174$$

$$\sin 71^\circ = 0,946$$

$$\text{als } \sin \alpha = 0,62, \text{ dan is } \alpha \approx 38^\circ.$$

OEFENING

Bepaal met behulp van de tabel:

$$\sin 6^\circ = \boxed{}$$

$$\sin 25^\circ = \boxed{}$$

$$\sin 52^\circ = \boxed{}$$

$$\sin 79^\circ = \boxed{}$$

$$\sin 90^\circ = \boxed{}$$

$$\text{als } \sin \alpha = 0,259, \text{ dan is } \alpha = \boxed{}$$

$$\text{als } \sin \alpha = 0,94, \text{ dan is } \alpha = \boxed{}$$

Voor zeer nauwkeurig rekenwerk bestaan er veel uitgebreider tafels.

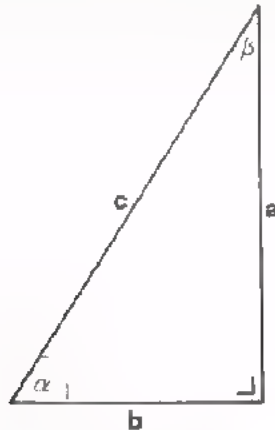
Daarin kunt u de sinussen vinden van hoeken die in minuten en zelfs seconden zijn onderverdeeld.

In zo'n tabel vindt u b.v.

$$\sin 5^\circ 19' 30'' = 0,0928$$

In de techniek hebben we zelden behoefte aan zo'n grote nauwkeurigheid.

BEREKENINGEN IN RECHTHOEKIGE DRIEHOEKEN



In deze rechthoekige driehoek zijn de schuine zijde c en hoek α bekend:

$$c = 7 \text{ cm}$$

$$\alpha = 62^\circ.$$

We kunnen nu de zijde a gemakkelijk bepalen, want:

$$\sin \alpha = \frac{a}{c} \text{ of}$$

$$\sin 62^\circ = \frac{a}{7} \text{ zodat } a = 7 \cdot \sin 62^\circ.$$

Met behulp van een tafel: $a = 7 \cdot 0,883 = 6,18 \text{ cm}$.

Ook de zijde b kan men bepalen.

$$\beta = 180^\circ - 90^\circ - \alpha = 90^\circ - \alpha = 90^\circ - 62^\circ = 28^\circ.$$

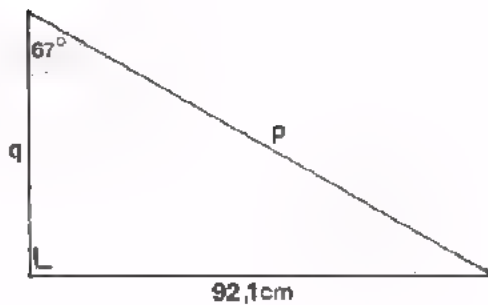
$$\sin \beta = \frac{b}{c} \text{ of}$$

$$\sin 28^\circ = \frac{b}{7} \text{ zodat } b = 7 \cdot \sin 28^\circ.$$

Met behulp van een tafel: $b = 7 \cdot 0,470 = 3,29 \text{ cm}$.

Men zou erover kunnen denken om b met behulp van de stelling van Pythagoras uit te rekenen, maar dit geeft veel meer rekenwerk. Probeer het maar eens.

OEFENING

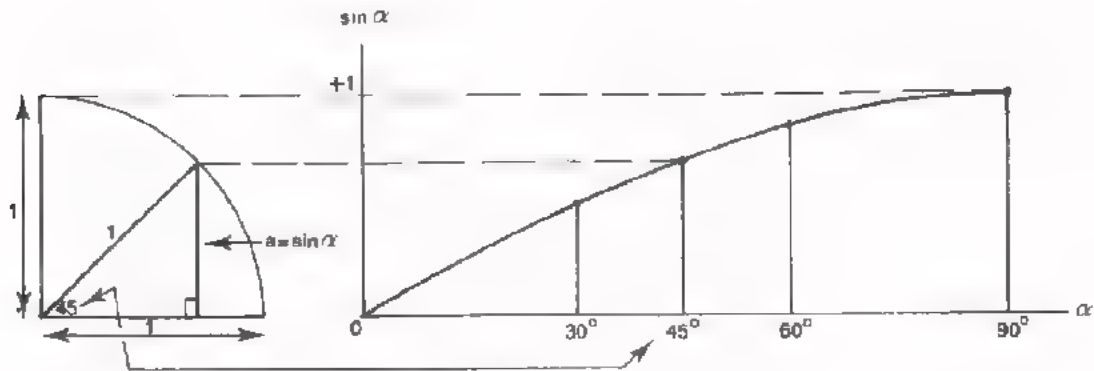


Bereken in deze driehoek de zijden p en q .

$$p = \boxed{}$$

$$q = \boxed{}$$

DE GRAFIEK VAN HET VERLOOP VAN DE SINUS VAN HOEKEN TUSSEN 0° EN 90°



We hebben hier nogmaals de kwart cirkel getekend met een straal = 1. In dit 1^e kwadrant is weer een rechthoekige driehoek getekend met een hoek α . We hebben gezien, dat de lengte van de rechthoekszijde a gelijk is aan $\sin \alpha$. Willen we nu het verloop bekijken van $\sin \alpha$, dan moeten we letten op "wat a doet" bij draaiing van de schuine zijde in de kwart cirkel.

Om het verloop op een andere manier goed te kunnen zien, kunnen we een grafiek tekenen, waarin $\sin \alpha$ langs de verticale as en α langs de horizontale as is uitgezet. Door de lengte van a bij 0° , 30° , 45° , 60° en 90° in deze grafiek verticaal uit te zetten en de uiteinden van deze lijnen door een vloeiende lijn te verbinden kunnen we het grafisch verloop van $\sin \alpha$ tekenen.

Zo'n figuur is als het ware "een sinustafel in de vorm van een grafiek".

HET VERLOOP VAN DE SINUS IN VIER KWADRANTEN

Wat we tot nu toe gedaan hebben voor hoeken tussen 0° en 90° , gebruik makend van een kwart cirkel, kunnen we uitbreiden tot hoeken groter dan 90° , daarbij gebruik makend van een hele cirkel met straal 1.

We tekenen een assenstelsel met een cirkel die de oorsprong O als middelpunt heeft en een straal 1. Zo'n cirkel met straal 1 heet *eenheidscirkel*. Het vierde deel van deze cirkel rechtsboven is het eerder door ons gebruikte eerste kwadrant. Op de omtrek van de eenheidscirkel laten we een punt P rondlopen.

We houden ons daarbij aan de gewoonte om:

- geheel rechts te beginnen,
- "tegen de wijzers van de klok in" te bewegen.

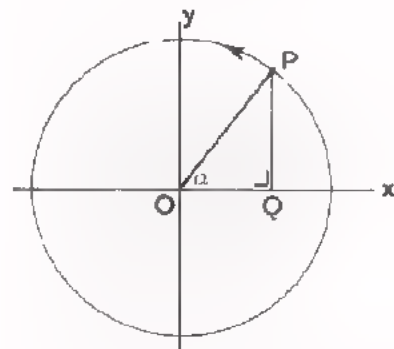
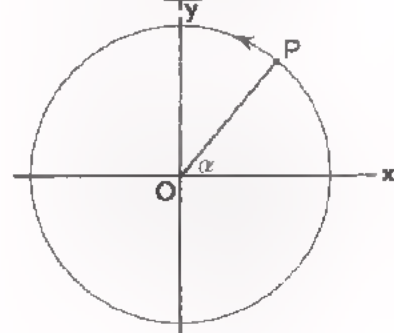
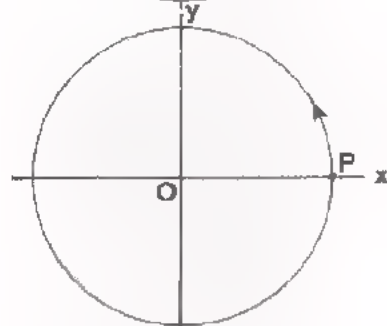
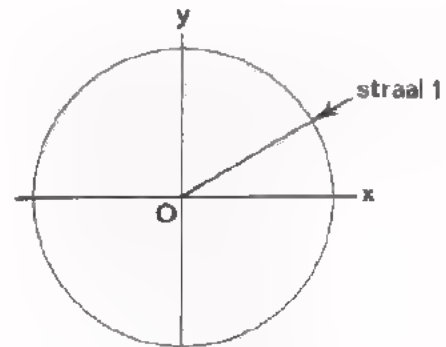
Tijdens deze rondwandeling denken we P door middel van een rechte lijn verbonden met het middelpunt van de cirkel. $OP = \text{straal van de cirkel} = 1$.

De hoek tussen de positieve x -as en OP noemen we α , en deze zal tijdens het eenmaal rondlopen van de cirkel aangroeien van 0° tot 360° .

We laten uit P een loodlijn PQ neer op de x -as. Op die manier ontstaat een rechthoekige $\triangle OPQ$. In deze driehoek lezen we af, evenals tevoren bij de kwart cirkel:

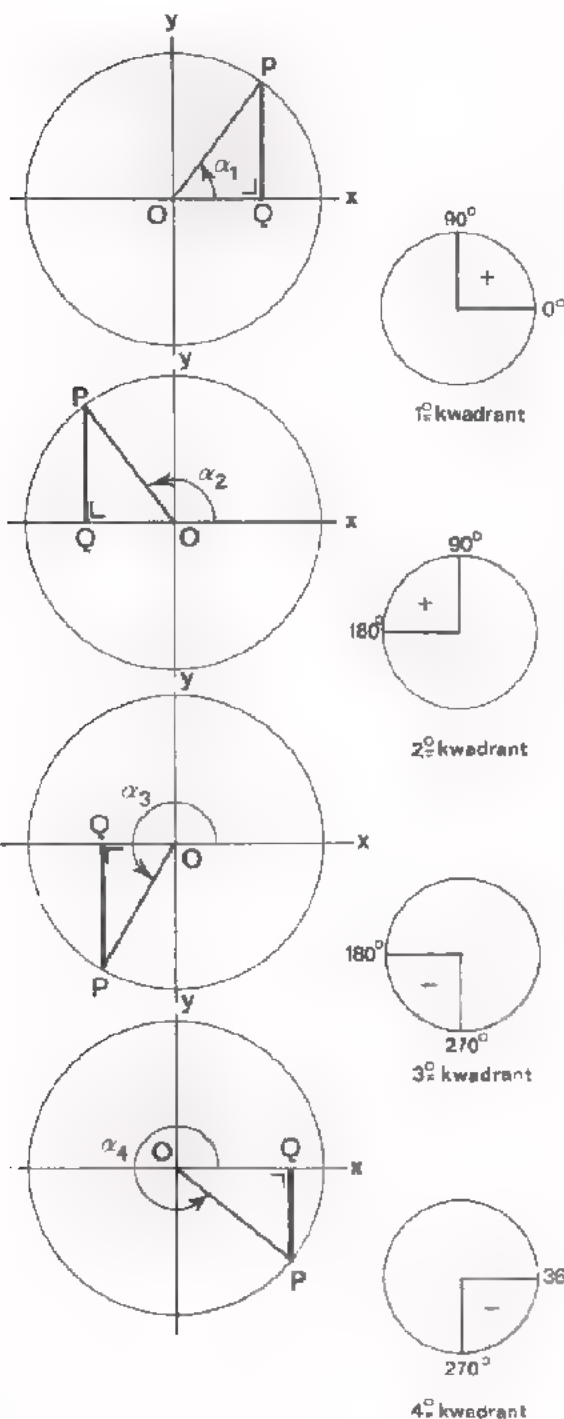
$$\sin \alpha = \frac{PQ}{OP} = \frac{PQ}{1} = PQ.$$

Door de kwart cirkel uit te breiden tot de gehele eenheidscirkel kunnen we $PQ = \sin \alpha$ nu niet alleen bepalen voor hoeken van 0° tot 90° , maar ook voor de hoeken van 90° tot 360° .



Willen we weten wat de sinus doet tussen 0° en 360° , dan moeten we blijkbaar naar de lengte van de loodlijn PQ kijken, als punt P op de eenheidscirkel linksom eenmaal rondloopt.

Hieronder zijn enige situaties met steeds toenemende hoek α getekend. Bestudeer deze goed.



α_1 ligt tussen 0° en 90° ,
PQ ligt in het *eerste kwadrant*.

"kwadrant" is een ander
woord voor "kwart cirkel".

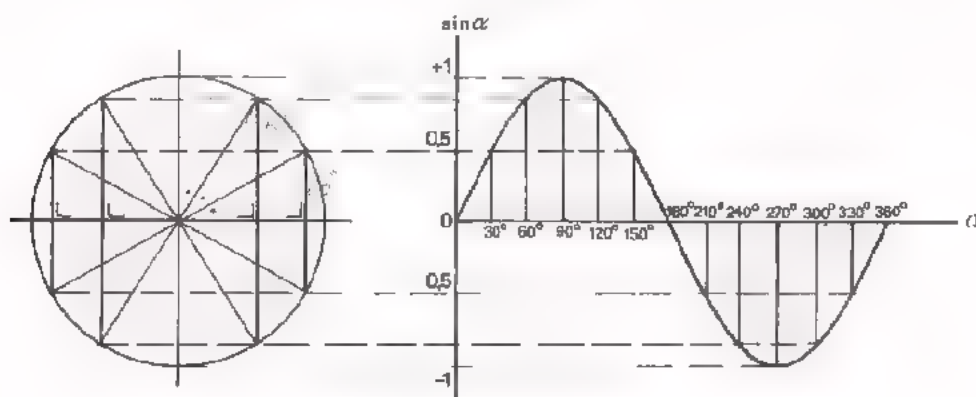
α_2 ligt tussen 90° en 180° ,
PQ ligt in het *tweede kwadrant*.

α_3 ligt tussen 180° en 270° ,
PQ ligt in het *derde kwadrant*.
PQ komt onder de x -as terecht. Een
afstand onder de x -as zijn we gewend
negatief te rekenen. De sinus van
een hoek in het derde kwadrant is
dus negatief.

α_4 ligt tussen 270° en 360° ,
PQ ligt in het *vierde kwadrant*.
Uit de figuur blijkt dat de sinus
ook in het vierde kwadrant negatief
is.

Evenals de grafiek van $\sin \alpha$ voor hoeken van 0° tot 90° met behulp van de kwart cirkel is geconstrueerd, kunnen we met behulp van de gehele eenheids­cirkel zeer precies de grafiek voor het verloop van $\sin \alpha$ voor hoeken α tussen 0° en 360° construeren. Hieronder is dit gedaan.

De eenheids­cirkel is in 12 gelijke stukken verdeeld. De loodlijnen, be­horend bij de hoeken van 0° , 30° , 60° , 90° , 120° , enz. zijn in de gra­fiek daarnaast op de juiste plaats loodrecht op de horizontale as gezet. Tenslotte zijn de uiteinden van deze hoofdlijnen onderling door een vloeiende lijn verbonden. Deze lijn die het verloop van $\sin \alpha$ aangeeft bij verschillende hoeken α , heet een *sinuslijn* of *sinusoïde*.



EENHEIDSCIRKEL

SINUSLIJN OF SINUSOÏDE

Uit deze figuur zijn een aantal conclusies te trekken:

- de waarden van $\sin \alpha$ bevinden zich tussen +1 en -1
- $\sin \alpha$ is positief voor hoeken tussen 0° en 180°
- $\sin \alpha$ is negatief voor hoeken tussen 180° en 360°
- de sinusoïde bestaat

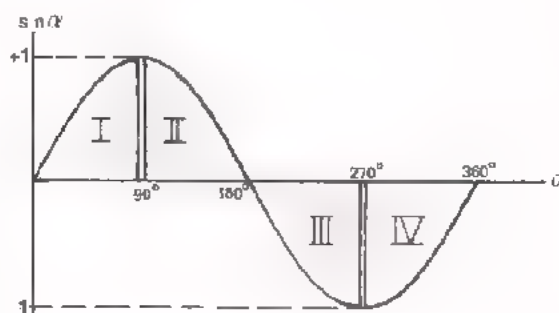
uit vier gelijke stukken,
die telkens anders zijn
"neergelegd".

Uit dit laatste wordt duidelijk waarom in tafels alleen de sinus staat van hoeken tot en met 90° . De sinus van hoeken boven 90° is met behulp van de grafiek van de sinusoïde terug te brengen tot een hoek in het eerste kwadrant.

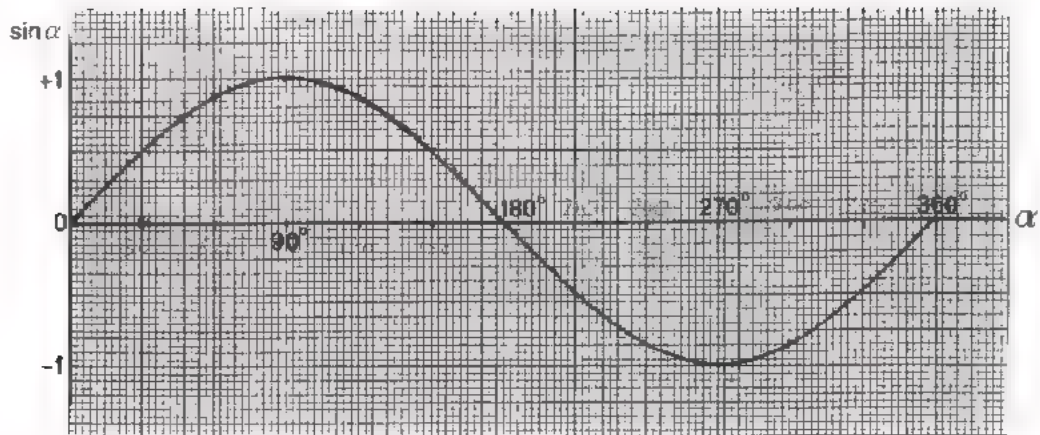
Probeer in te zien, dat:

$$\sin 30^\circ = \sin 150^\circ$$

$$\sin 300^\circ = -\sin 60^\circ$$



OEFENINGEN



1. Lees uit bovenstaande sinusoiden zo goed mogelijk af:

- $\sin 45^\circ =$
- $\sin 90^\circ =$
- $\sin 120^\circ =$
- $\sin 150^\circ =$
- $\sin 225^\circ =$
- $\sin 300^\circ =$
- $\sin 315^\circ =$

2. Lees uit bovenstaande sinusoiden af bij welke hoeken α :

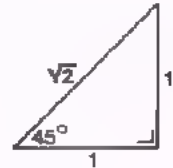
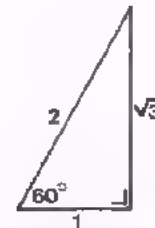
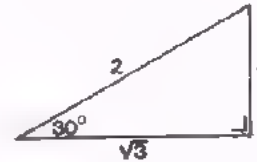
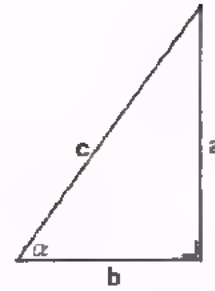
- $\sin \alpha = 0,5$ $\alpha =$ en
- $\sin \alpha = -0,5$ $\alpha =$ en
- $\sin \alpha = 0$ $\alpha =$ en
- $\sin \alpha = -0,7$ $\alpha =$ en
- $\sin \alpha = 0,85$ $\alpha =$ en

SAMENVATTING

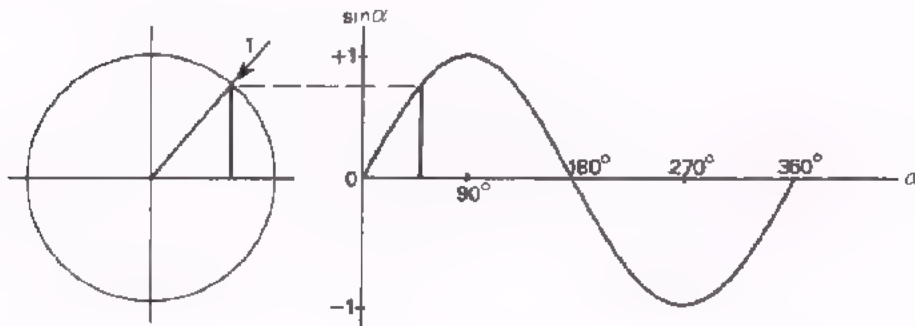
- Een veel gebruikt begrip is de *sinus*. De sinus van hoek α is de verhouding van de *overstaande* rechthoekszijde tot de *schuine* zijde.

$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

- $\sin 0^\circ = 0$
- $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$
- $\sin 45^\circ = \frac{1}{2} \sqrt{2}$
- $\sin 60^\circ = \frac{1}{2} \sqrt{3}$
- $\sin 90^\circ = 1$



- Het verloop van de sinus van een hoek in de vier *kwadranten* kan men construeren met behulp van een *eenheidscirkel*; dit is een cirkel met straal = 1.

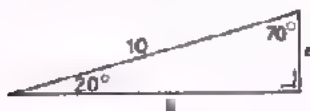


EENHEIDS-
CIRKEL

SINUSLIJN OF
SINUSOÏDE

- De waarde van de sinus van een willekeurige hoek kan men bepalen met behulp van een *sinustafel*.
- Berekeningen in een rechthoekige driehoek kan men uitvoeren met behulp van een sinustafel.

Voorbeeld:



$$\frac{a}{10} = \sin 20^\circ \text{ of } a = 10 \sin 20^\circ = 3,42 \text{ cm}$$

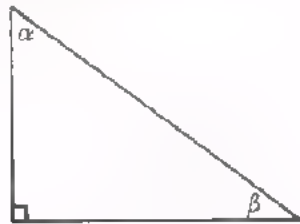
$$\frac{b}{10} = \sin 70^\circ \text{ of } b = 10 \sin 70^\circ = 9,40 \text{ cm}$$

NAAM:

KLAS:

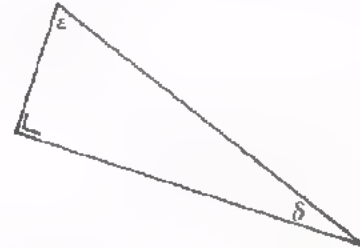
DEFENINGEN

1. Bepaal in onderstaande figuren door opmeten van de zijden van de driehoeken de gevraagde sinussen.



$\sin \alpha =$

$\sin \beta =$



$\sin \epsilon =$

$\sin \delta =$

2. Bepaal met behulp van een tabel:

$\sin 57^\circ =$

$\sin 21^\circ =$

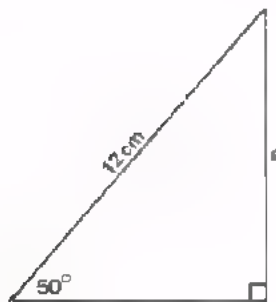
$\sin 88^\circ =$

$\sin 120^\circ =$

$\sin 230^\circ =$

$\sin 350^\circ =$

- 3.



Bepaal de zijde a door berekening.

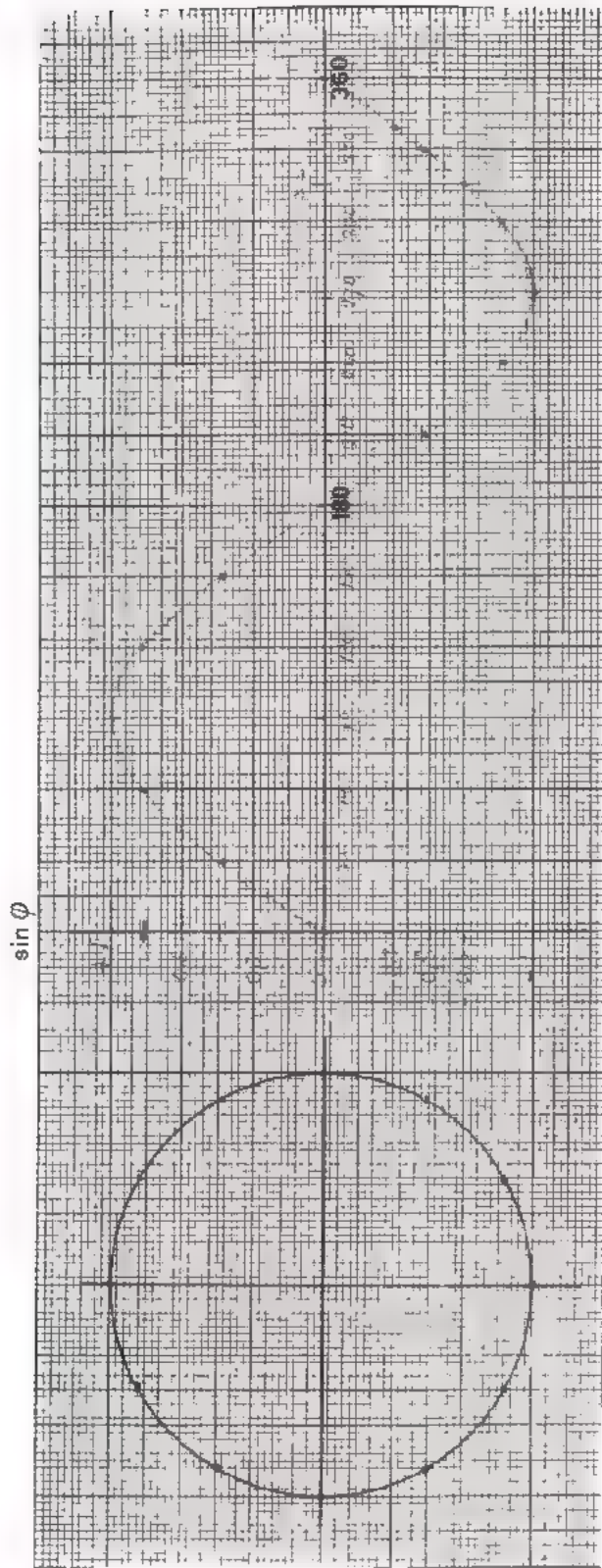
$a =$



Bepaal de zijde p door berekening.

$p =$

4. Teken op volgend blad met behulp van de in 12 stukken verdeelde eenheids-cirkel nauwkeurig de bijbehorende sinuswaarde.



Lees uit de figuur af:

- $\sin 30^\circ =$
- $\sin 60^\circ =$
- $\sin 150^\circ =$
- $\sin 210^\circ =$

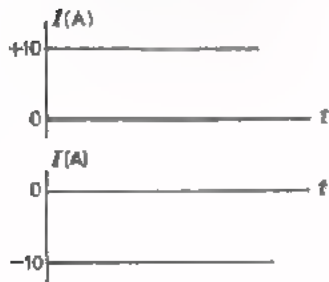
- $\sin 270^\circ =$
- $\sin 315^\circ =$
- $\sin 340^\circ =$

A 28 HET METEN VAN ONBEKENDE SPANNINGEN MET DE OSCILLOSCOOP

GELIJKSTROMEN EN SPANNINGEN

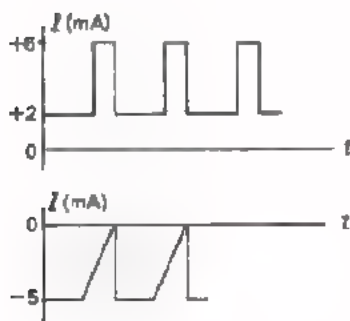
We beginnen deze les met een korte herhaling van de verschillende stroom- en spanningssoorten.

Een *gelijkstroom* is een stroom die steeds in dezelfde richting loopt.

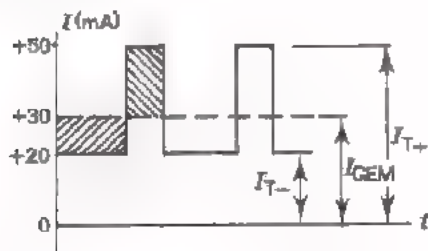


Een *zuivere gelijkstroom* is een stroom die steeds dezelfde waarde heeft.

Hij kan *positief* zijn: in de grafiek ligt de stroomlijn dan boven de t -as. Hij kan ook *negatief* zijn: dan ligt de stroomlijn in de grafiek beneden de t -as.



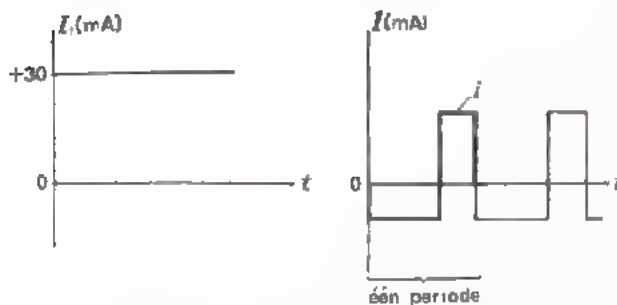
Een *pulserende gelijkstroom* is een gelijkstroom waarvan de momentele waarde verandert. Hij kan steeds *positief* zijn en eventueel telkens even nul, maar nooit negatief. Hij kan ook steeds *negatief* zijn en eventueel telkens even nul, maar dan nooit positief.



Een pulserende gelijkstroom kan men opgebouwd denken uit een zuivere gelijkstroom I_{GEM} en een zuivere wisselstroom i .

Men onderscheidt:

- de "minimum waarde" I_{T-}
- de "maximum waarde" I_{T+}
- de "gemiddelde waarde" I_{GEM} .



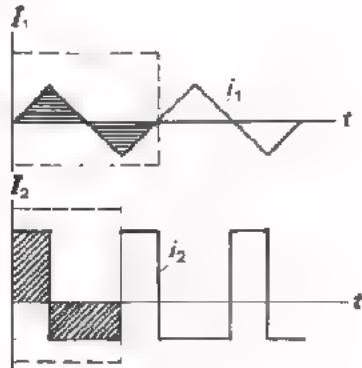
Bij de I_{GEM} zijn de oppervlakken boven en onder de streeplijn per periode van de wisselstroomcomponent gelijk.

Voor *gelijkspanningen* gelden dergelijke afspraken:

een *stroom* door een weerstand wordt veroorzaakt door de overeenkomstige *spanning* over deze weerstand.

WISSELSTROMEN EN SPANNINGEN

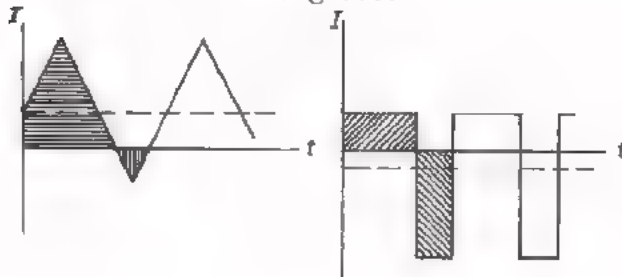
Een *wisselstroom* is een stroom die dan weer de ene kant, dan weer de andere kant op loopt.



Een *zuivere wisselstroom* is een stroom, waarbij er per periode evenveel lading heen- als terugstroomt. De grootte van de oppervlakken boven en onder de *t*-as zijn een maat voor de heen- en terugstromende ladingen. Zuivere wisselstroom kan *symmetrisch* zijn, zoals in *i1*, of *niet-symmetrisch*, zoals in *i2*.

In het symmetrische geval zijn de positieve en de negatieve topwaarde op het teken na even groot: men spreekt dan van "de topwaarden".

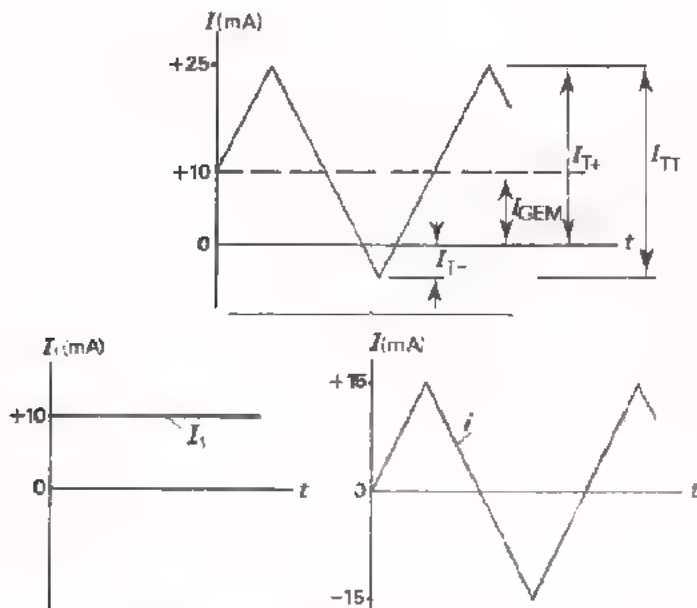
In het niet-symmetrische geval zijn de positieve en de negatieve topwaarden niet even groot.



Een *onzuivere wisselstroom* is een stroom, waarbij per periode in de ene richting meer lading stroomt dan in de andere richting.

De oppervlakken boven en onder de *t*-as zijn dan per periode verschillend.

Een onzuivere wisselstroom kan men, evenals een pulserende gelijkstroom, opgebouwd denken uit een zuivere gelijkstroom I_{GEM} en een zuivere wisselstroom i . Men onderscheidt:



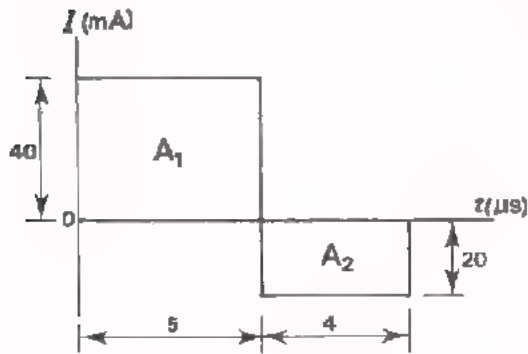
- de "positieve topwaarde" I_{T+}
- de "negatieve topwaarde" I_{T-}
- de "gemiddelde waarde" I_{GEM}
- de "top tot top waarde" I_{TT} .

Voor wisselspanningen gelden dergelijke afspraken.

een wisselstroom door een weerstand wordt veroorzaakt door een overeenkomstige wisselspanning over deze weerstand.

Merk op, dat alle spanningen en stromen met een hoofdletter worden aangeduid, behalve de *zuivere* wisselspanning en stroom.

Bepaling van de heen- en teruggaande lading van een wisselstroom.



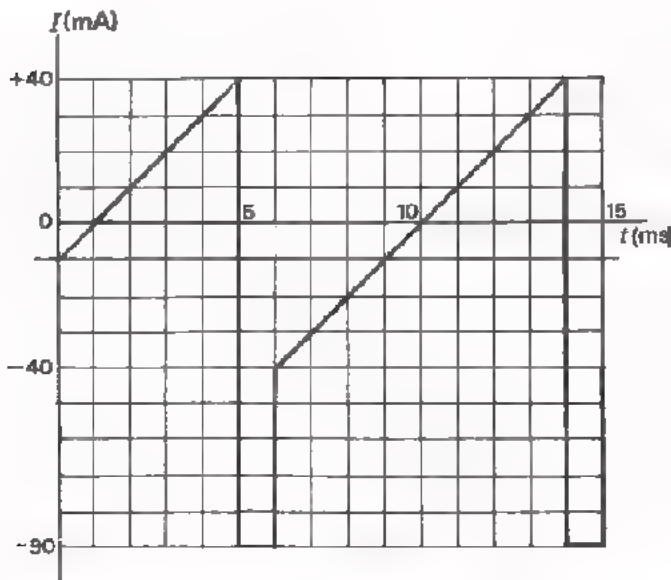
Q_h komt overeen met oppervlak A_1 .

$$Q_h = \frac{40}{1000} \text{ A} \times \frac{5}{1000000} \text{ s} \\ = \frac{200}{1000000000} \text{ A.s} = 2 \cdot 10^{-7} \text{ C.}$$

Q_t komt overeen met oppervlak A_2 .

$$Q_t = \frac{20}{1000} \text{ A} \times \frac{4}{1000000} \text{ s} \\ = \frac{80}{10^9} \text{ A.s} = 8 \cdot 10^{-8} \text{ C.}$$

OEFENING



Teken eerst in deze figuur een lijn, die de zuivere gelijkstroomcomponent aangeeft.

Bepaal nu volgende grootheden:

- I_{T+} =
- I_{T-} =
- I_{TT} =
- I_{GEM} =
- I =
- f =

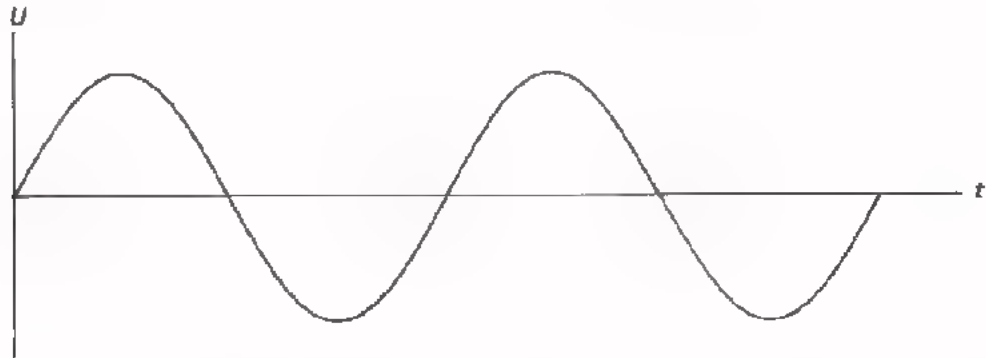
Per periode zijn de in de geleider bewegende ladingen:

$Q_h =$

$Q_t =$

DE SINUSVORMIGE WISSELSpanNING

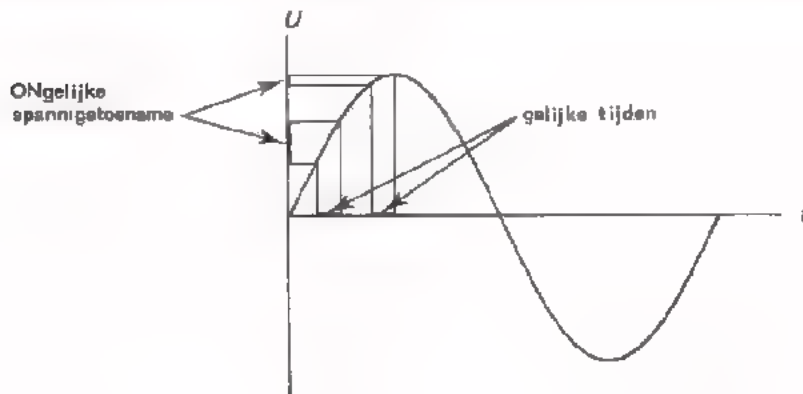
In de les over de oscilloscoop hebt u op het scherm al een wisselspanning gezien, waarover verder niet werd gesproken. Die spanning zag er als volgt uit:



De grafiek van deze spanning verloopt op precies dezelfde manier als de sinuslijn uit de gonio. Daarom wordt deze spanning een *sinusoidale* of *sinusvormige* wisselspanning genoemd.

Later zullen we zien dat we voor berekeningen aan sinusvormige spanningen en stromen dankbaar gebruik kunnen maken van onze gonio-kennis.

We bekijken deze bijzondere spanningsvorm eens wat nauwkeuriger.

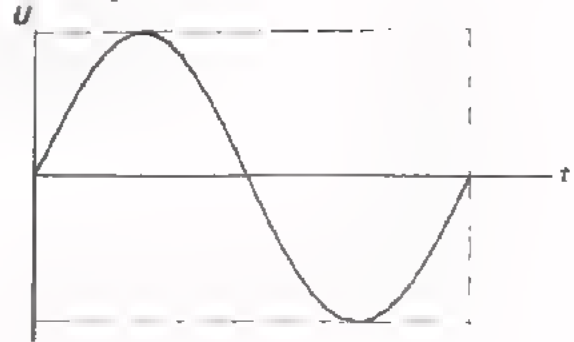


- We zien dat de spanning vanaf nul aanvankelijk snel groter wordt en daarna steeds langzamer toeneemt totdat de positieve maximum waarde bereikt is.
- Vervolgens wordt de spanning weer kleiner, aanvankelijk langzaam maar geleidelijk aan sneller, totdat de spanning weer nul is.
- Nu wordt de spanning negatief; eerst weer snel groter, daarna steeds langzamer totdat de negatieve maximum waarde is bereikt.
- Tenslotte wordt de spanning aanvankelijk weer langzaam kleiner en neemt daarna steeds sneller af tot nul. Ga dit na in de figuur.

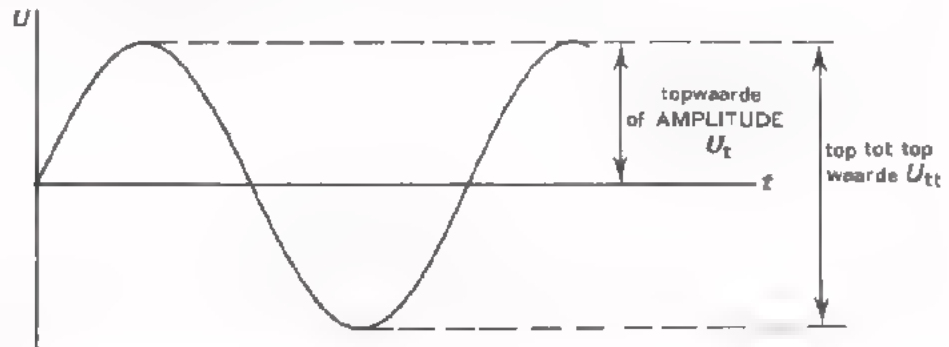
Een complete wisseling noemen we weer een periode.

Bekijken we een periode, dan zien we dat het oppervlak van de positieve halve periode gelijk is aan dat van de negatieve.

Het is een *zuivere* wisselspanning.



Bovendien is de negatieve halve periode het spiegelbeeld van de positieve; het is ook een *symmetrische* wisselspanning.



Voor de sinusvormige wisselspanning gelden dezelfde aanduidingen als voor de symmetrische.

Wanneer bereikt de spanning zijn topwaarde?

We weten dat de tijdsduur van een periode, de periodetijd T is.

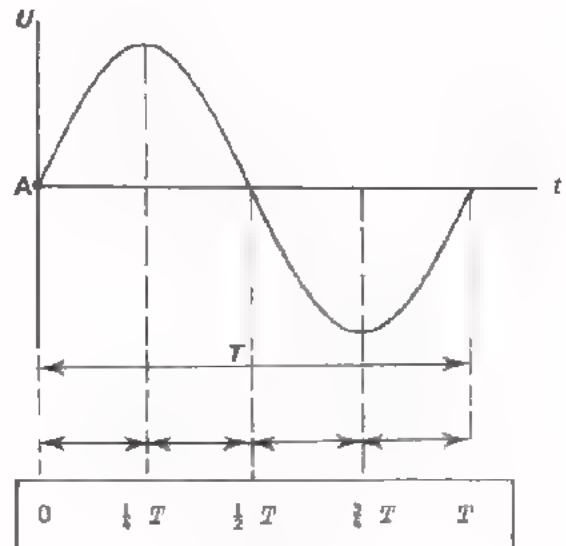
Vanaf nul bereikt de spanning steeds zijn topwaarde na een-vierde van de periodetijd.

Voorbeeld:

Frequentie: 50 Hz

Periodetijd: $\frac{1}{f} = \frac{1}{50} = 0,02$ sec

$T = 20$ msec.



De spanning bereikt zijn topwaarde $\frac{1}{4} T = 5$ msec na "nuldoorgang" A.

Verder ook na $\frac{3}{4} T = 15$ ms, $\frac{5}{4} T = 25$ ms, $\frac{7}{4} T = 35$ ms, enz.

WAAR KOMEN SINUSVORMIGE SPANNINGEN VANDAAN?

Sinusvormige wisselspanningen worden dikwijls opgewekt door middel van dynamo's of generatoren. Denk eens aan de fietsdynamo en aan de generatoren in de elektriciteitscentrale, die onze sinusvormige netspanning leveren. In die gevallen wordt de spanning opgewekt door het ronddraaien van een magneet in een spoel. De overeenkomst tussen de sinusvormige spanning en de door een ronddraaiende punt geconstrueerde sinuslijn in de gonió is dan ook niet toevallig!

In de elektronica worden sinusvormige spanningen meestal opgewekt door middel van een elektronische schakeling, een *oscillator*. Men maakt oscillatoren, die wisselspanningen leveren, waarvan de amplitude en de frequentie regelbaar zijn.

Een "kastje" met een oscillator en de daarbij behorende regelknoppen voor amplitude en frequentie noemt men ook dikwijls een *wisselspanningsgenerator*.

In de les over de oscilloscoop hebt u al kennis gemaakt met zo'n generator, waarvan de laagste frequentie bijvoorbeeld 1 Hz en de hoogste 1 MHz bedraagt.

De amplitude is regelbaar van 0 - 1 V. Bovendien kan deze generator niet alleen sinusvormige spanningen leveren, maar ook blokvormige (\sim - \square).

HET METEN MET DE OSCILLOSCOOP

In een vijftal opdrachten gaan we nu enkele spanningen nauwkeurig bekijken met de oscilloscoop.

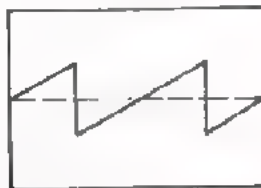
Van groot belang is daarbij de stand van de "O-AC-DC"-schakelaar(s).

- Begin elke meting met deze schakelaar op "0".



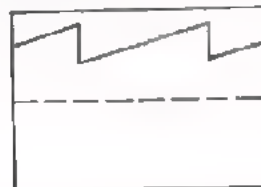
Controleer of de tijdas nauwkeurig op de middelste horizontale lijn ligt. Regel eventueel bij met de "Y-shift".

- Schakelaar op "AC".



In deze stand worden alleen de *zuivere* wisselspanningen doorgelaten. Een eventuele gelijkspanningscomponent wordt geblokkeerd.

- Schakelaar op "DC".



In deze stand ziet u het werkelijke signaal: wissel- en gelijkspanningscomponent tezamen.

Door het overschakelen van "AC" naar "DC" kan men de gelijkspanningscomponent gemakkelijk als volgt bepalen:

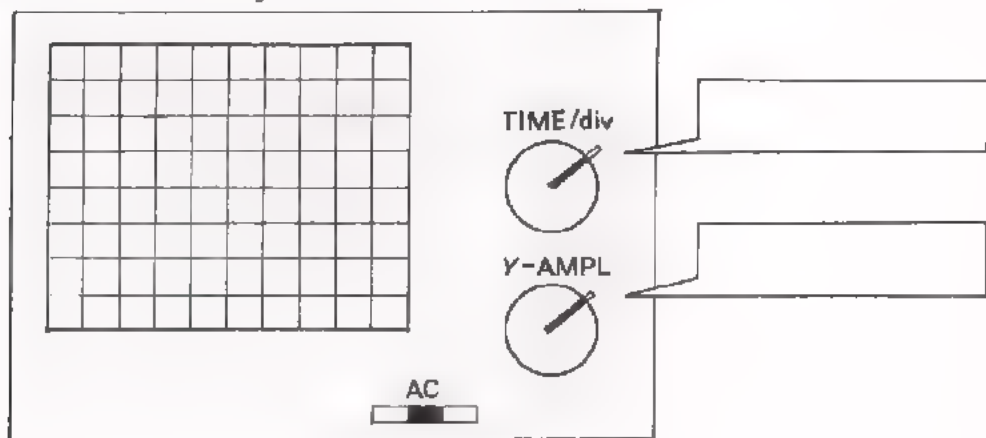
- Schuift de tijdas van de zuivere wisselspanning daardoor naar boven, dan is de gelijkspanningscomponent positief ($U_{GEM} = +$).
- Schuift de tijdas daardoor helemaal niet, dan is er geen gelijkspanningscomponent ($U_{GEM} = 0$).
- Schuift de tijdas daardoor naar beneden, dan is de gelijkspanningscomponent negatief ($U_{GEM} = -$).
- Hoe groot de gelijkspanningscomponent is, kan men aflezen aan het aantal vakjes dat de tijdas verschuift en de stand van de meetbereikenschakelaar, "Y-amp".

Nog twee belangrijke opmerkingen:

- Zet de meetbereikenschakelaar steeds zo, dat een zo groot mogelijk beeld verkregen wordt. Dit bevordert een nauwkeuriger aflezing.
- Voor het bepalen van de periodetijd kan het wenselijk zijn het beeld met de "X-shift" zo te verschuiven, dat een top of een nuldoorgang van het te meten signaal precies op een verticale lijn van het raster ligt.

OPDRACHT: "HET METEN VAN DE GROOTTE EN DE FREQUENTIE VAN EEN ONBEKENDE SPANNING"

- Uw leraar zorgt voor een spanning tussen twee aansluitpunten op uw tafel. Sluit deze spanning aan op de ingang van de oscilloscoop.
- Stel de oscilloscoop in aan de hand van bladen A26.18 en A26.19 en zet de "O-AC-DC"-schakelaar in stand "AC".
- Zet de "time/div"-schakelaar zo, dat een periode verschijnt.
- Zet de "Y-ampl"-schakelaar zo, dat de hoogte van het beeld zo groot mogelijk is.
- Teken het beeld dat u ziet, hieronder over en vermeld de standen van de "time/div"- en de "Y-ampl"-schakelaar.



CONCLUSIES:

De wisselspanningscomponent die u nu ziet is een:

- symmetrische wisselspanning
- niet-symmetrische wisselspanning

Van deze spanning is de:

- topwaarde $U_t =$
- top tot top-waarde $U_{tt} =$
- periodetijd $T =$
- frequentie $f =$

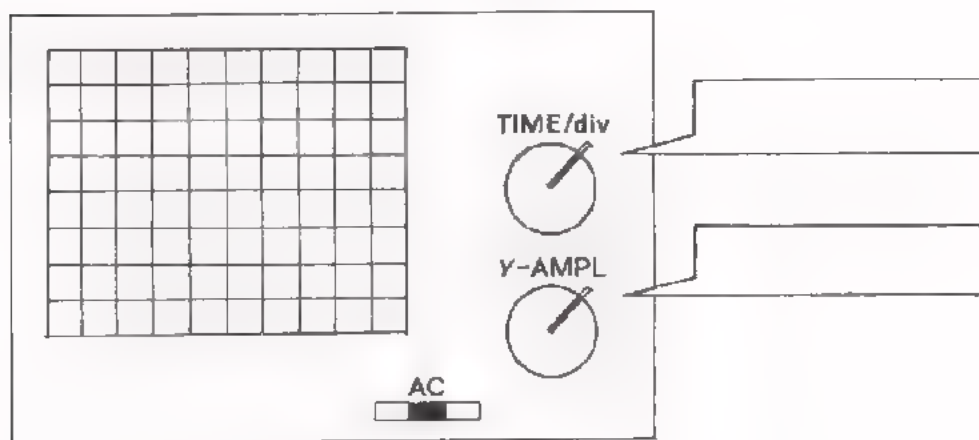
- Zet de "O-AC-DC"-schakelaar in de stand "DC". Hieruit blijkt dat de aan de oscilloscoop toegevoerde spanning een:

- onzuivere wisselspanning is
- pulserende gelijkspanning is
- zuivere wisselspanning is

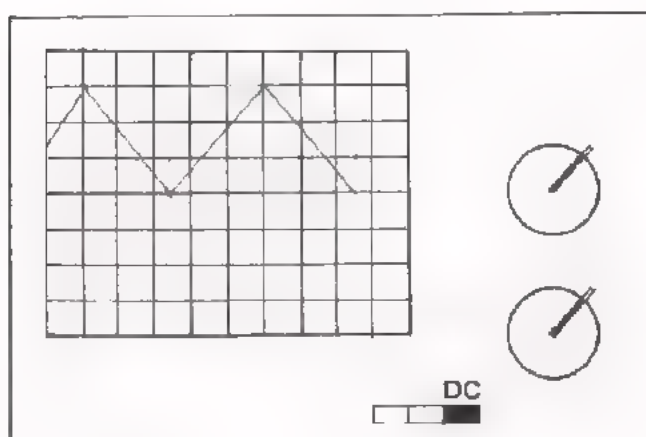
- Zet de "time/div"- en de "Y-ampl"-schakelaar geheel linksom.
- Zet de "O-AC-DC"-schakelaar op "0".
- Wacht op de volgende opdracht.

OPDRACHT: "HET METEN VAN EEN ONBEKENDE SPANNING"

- De leraar geeft u een andere spanning.
- Zet de "0-AC-DC"-schakelaar op "AC".
- Zet de "time/div"-schakelaar zo, dat er nog minstens een hele periode op het scherm verschijnt.
- Zet de "Y-ampl"-schakelaar zo, dat de beeldhoogte zo groot mogelijk is.
- Teken het *oscillogram* over en vermeld de twee schakelaarstanden.



- Zet de "0-AC-DC"-schakelaar op "DC".
- Teken het oscillogram weer over.



CONCLUSIES:

- | | | |
|--|---------------------------|-----------------------|
| De totaal toegevoerde spanning is een: | zuivere gelijkspanning | <input type="radio"/> |
| | pulserende gelijkspanning | <input type="radio"/> |
| | zuivere wisselspanning | <input type="radio"/> |
| | onzuivere wisselspanning | <input type="radio"/> |

Van deze spanning is de:

- | | | | |
|----------------------|-----------|---|----------------------|
| top tot top-waarde | U_{TT} | = | <input type="text"/> |
| positieve top-waarde | U_{T+} | = | <input type="text"/> |
| negatieve top-waarde | U_{T-} | = | <input type="text"/> |
| gemiddelde waarde | U_{GEM} | = | <input type="text"/> |

De gemiddelde waarde kan op twee manieren worden bepaald:

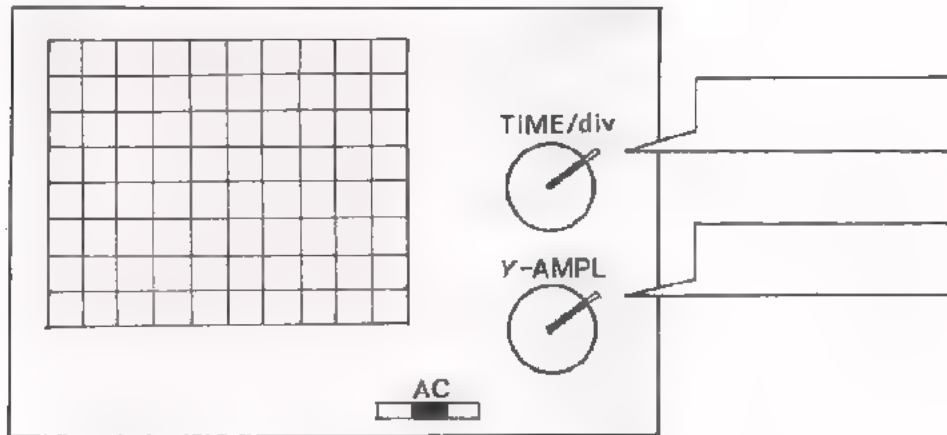
- Door een dusdanige horizontale lijn te vinden, dat per periode het oppervlak boven deze lijn even groot is als het oppervlak beneden deze lijn.
- Uit de verticale verschuiving van het gehele beeld, bij omschakelen van "AC" naar "DC".

- Verder is:
- | | | | |
|--|-----------|---|----------------------|
| gelijkspanningscomponent | U_{GEM} | = | <input type="text"/> |
| periodetijd | T | = | <input type="text"/> |
| frequentie | f | = | <input type="text"/> |
| de tijdsduur dat de spanning positief is in een periode: | | | |
| | $t+$ | = | <input type="text"/> |
| de tijdsduur dat de spanning negatief is in een periode: | | | |
| | $t-$ | = | <input type="text"/> |

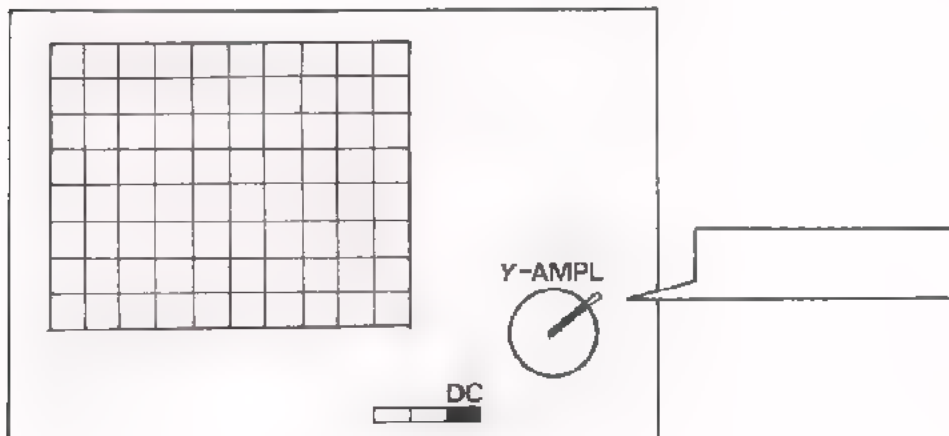
- Zet de schakelaars "time/div" en "Y-amp L" geheel linksom en de "0-AC-DC"-schakelaar op "0".
- Wacht op de volgende opdracht.

OPDRACHT: "HET METEN VAN EEN ONBEKENDE SPANNING"

- U krijgt weer een andere spanning. Zet de schakelaar "O-AC-DC" in de stand "AC" en maak van de zuivere wisselspanningscomponent twee perioden zichtbaar op het scherm.
- Maak de hoogte van het beeld maximaal.
- Teken het oscillogram hieronder over en vermeld de standen van de twee schakelaars.



- U hebt nu de zuivere wisselspanningscomponent op het scherm. Maak nu de totaal toegevoerde spanning zichtbaar, Teken weer het oscillogram en vermeld de stand van "Y-ampL".



CONCLUSIES:

De aan de oscilloscoop toegevoerde spanning is een:

- zuivere gelijkspanning ○
- pulserende gelijkspanning ○
- zuivere wisselspanning ○
- onzuivere wisselspanning ○

Van deze spanning is de:

periodetijd	T	=	<input type="text"/>
frequentie	f	=	<input type="text"/>
tijd van U_{\min} → U_{\max}	t	=	<input type="text"/>
tijd van U_{\max} → U_{\min}	t	=	<input type="text"/>
maximum waarde	U_{\max}	=	<input type="text"/>
minimum waarde	U_{\min}	=	<input type="text"/>
gemiddelde waarde	U_{gem}	=	<input type="text"/>
gelijkspanningscomponent	U_{gem}	=	<input type="text"/>

- Schakel terug op "AC" en maak het beeld weer zo groot mogelijk. Van de zuivere wisselspanningscomponent is de:

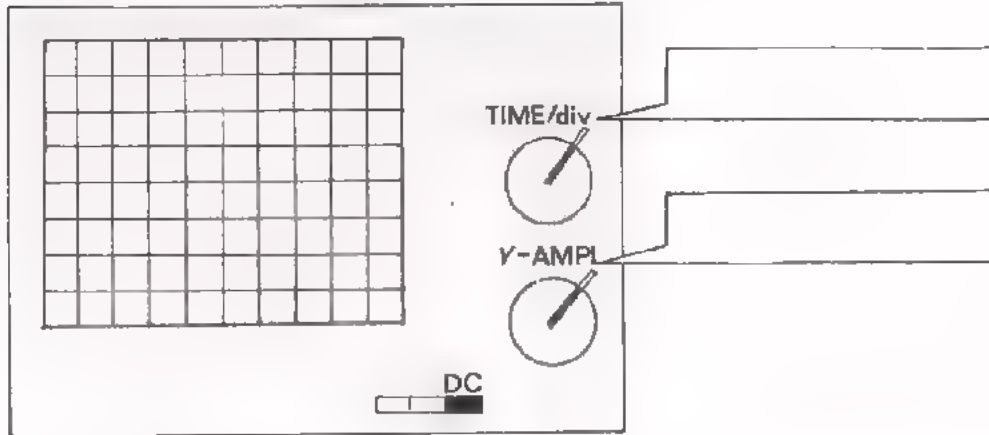
top tot top-waarde	U_{tt}	=	<input type="text"/>
top-waarde	U_{t}	=	<input type="text"/>
gemiddelde waarde	U_{gem}	=	<input type="text"/>

- Zet de schakelaars "time/div" en "Y-amp" linksom en de "0-AC-DC"-schakelaar op "0".

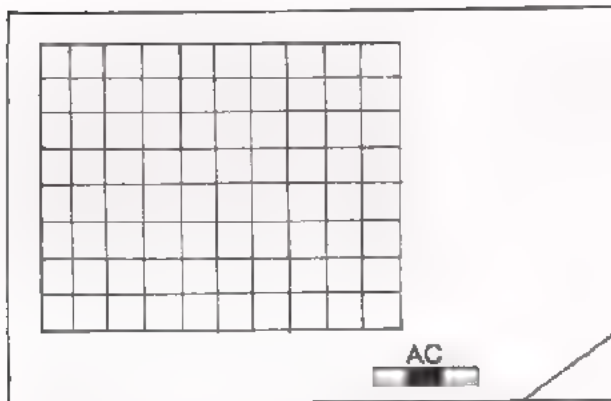
- Wacht op volgende opdracht.

OPDRACHT: "HET METEN VAN EEN ONBLENKENDE SPANNING"

- U krijgt weer een spanning.
- Zet de "O-AC-DC"-schakelaar op "DC".
- Maak vijf perioden van deze spanning op het scherm zichtbaar en vul de standen van twee schakelaars in.



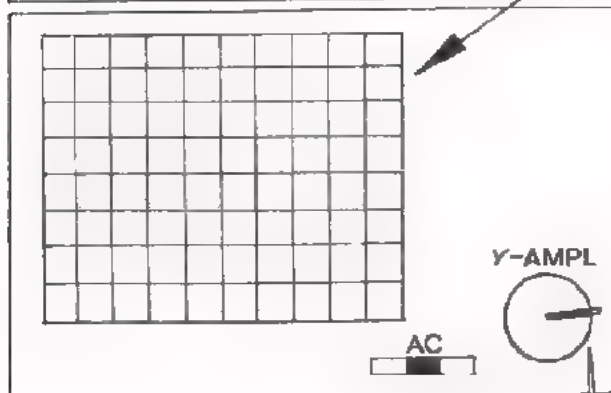
- Zet de schakelaar om van "DC" naar "AC".



De verschuiving van het beeld is zó klein, dat een nauwkeurige aflezing niet mogelijk is.

- Zet de "Y-amp^l"-schakelaar gevoeliger: drie stappen verder rechtson.

De verschuiving is nu "vergroot" en daardoor beter af te lezen.



Het bovenste deel van de spanning is nu niet meer zichtbaar, maar dit is geen bezwaar, omdat we het "verspringen" aan het onderste deel kunnen zien.

- Schakel nog eens over naar "DC". Vul in:

Verschuiving

V

CONCLUSIES:

De totaal toegevoerde spanning is een:	zuivere gelijkspanning	0
	pulserende gelijkspanning	0
	zuivere wisselspanning	0
	onzuivere wisselspanning	0

Van deze spanning is de:	maximum waarde	$U_{\max} =$	<input type="text"/>
	minimum waarde	$U_{\min} =$	<input type="text"/>
	gemiddelde waarde	$U_{\text{gem}} =$	<input type="text"/>

Deze spanning is samengesteld uit:			
	een zuivere gelijkspanning	$U_{\text{gem}} =$	<input type="text"/>

en een zuivere wisselspanning, waarvan de:

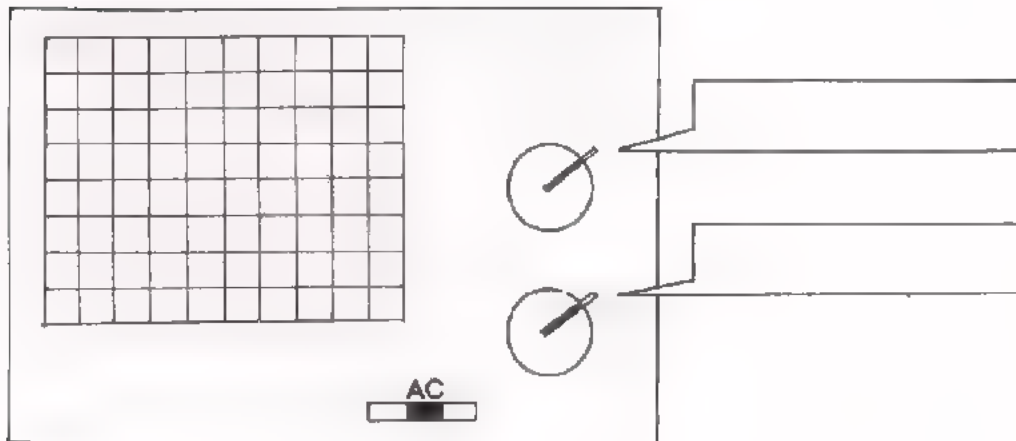
positieve topwaarde	$U_{t+} =$	<input type="text"/>
negatieve topwaarde	$U_{t-} =$	<input type="text"/>
gemiddelde waarde	$U_{\text{gem}} =$	<input type="text"/>
periodetijd	$T =$	<input type="text"/>
frequentie	$f =$	<input type="text"/>

- Zet "time/div" en "Y-ampl" geheel linksom en "0-AC-DC" op "0".
- Schakel de oscilloscoop nog niet uit.

OPDRACHT: "HET METEN VAN EEN ONBEKENDE SPANNING"

Nu komt de laatste spanning.

- Zet de oscilloscoop weer op "AC".
- Maak minstens een periode zichtbaar.
- Teken het beeld en vul de schakelaarstanden in.



- Schakel over op "DC".

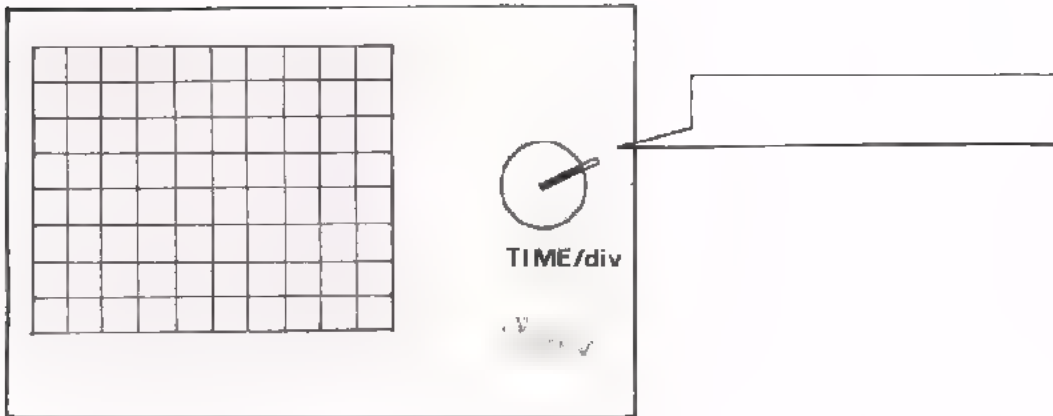
De gelijkspanningscomponent bedraagt: $U_{GEM} =$

We hebben te maken met een sinusvormige wisselspanning.

- Van deze spanning is de:

amplitude	$U_t =$	<input style="width: 150px; height: 20px;" type="text"/>
top tot top-waarde	$U_{tt} =$	<input style="width: 150px; height: 20px;" type="text"/>
periodetijd	$T =$	<input style="width: 150px; height: 20px;" type="text"/>
frequentie	$f =$	<input style="width: 150px; height: 20px;" type="text"/>

- Zet de "time/div"-schakelaar zo, dat een halve periode zes vakjes (divisions) van de tijdas beslaat en teken dit beeld nauwkeurig over.



Hoe groot is de spanning op onderstaande momenten na de nuldoorgang?

$\frac{1}{12} T$	$U =$	<input type="text"/>
$\frac{1}{6} T$	$U =$	<input type="text"/>
$\frac{1}{4} T$	$U =$	<input type="text"/>
$\frac{1}{3} T$	$U =$	<input type="text"/>
$\frac{5}{12} T$	$U =$	<input type="text"/>
$\frac{1}{2} T$	$U =$	<input type="text"/>

Wanneer is de momentele waarde gelijk aan:

de topwaarde? $t =$ T

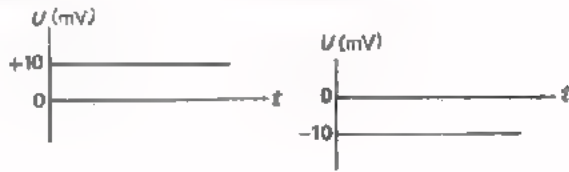
de halve topwaarde? $t =$ T

en

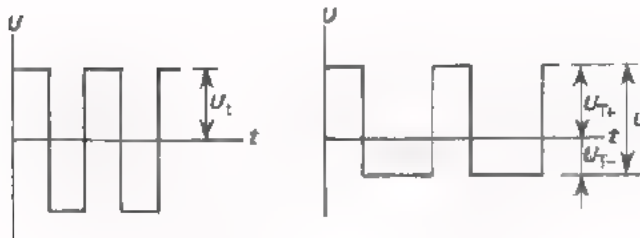
T

SAMENVATTING

SPANNINGSSOORTEN EN HUN AANDUIDINGEN

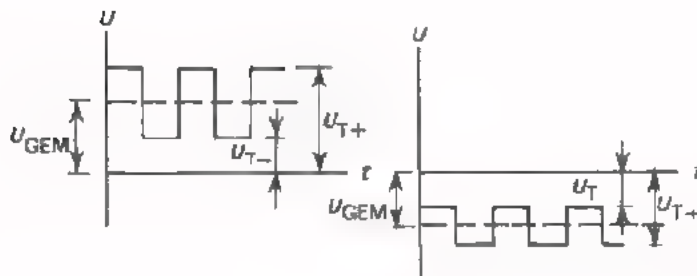


positieve en negatieve
zuivere gelijkspanning.



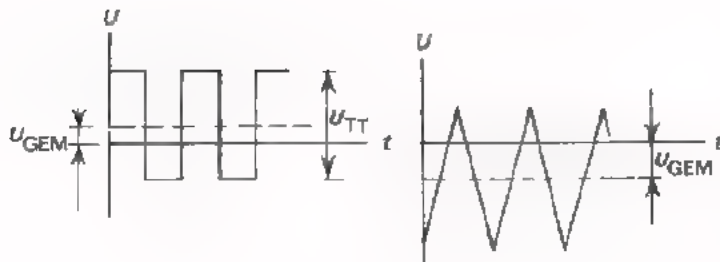
symmetrische en niet-symmetrische
zuivere wisselspanning,

oppervlakken per periode gelijk.



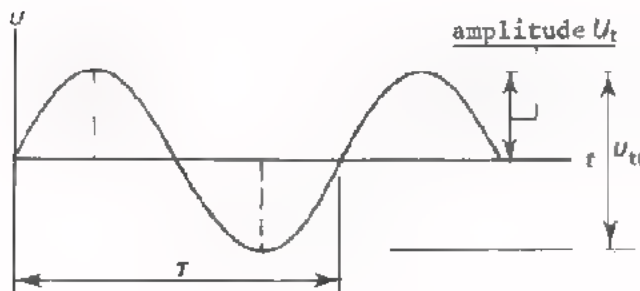
positieve en negatieve
pulserende gelijkspanning

= som van zuivere wisselspanning en zuivere gelijkspanning.



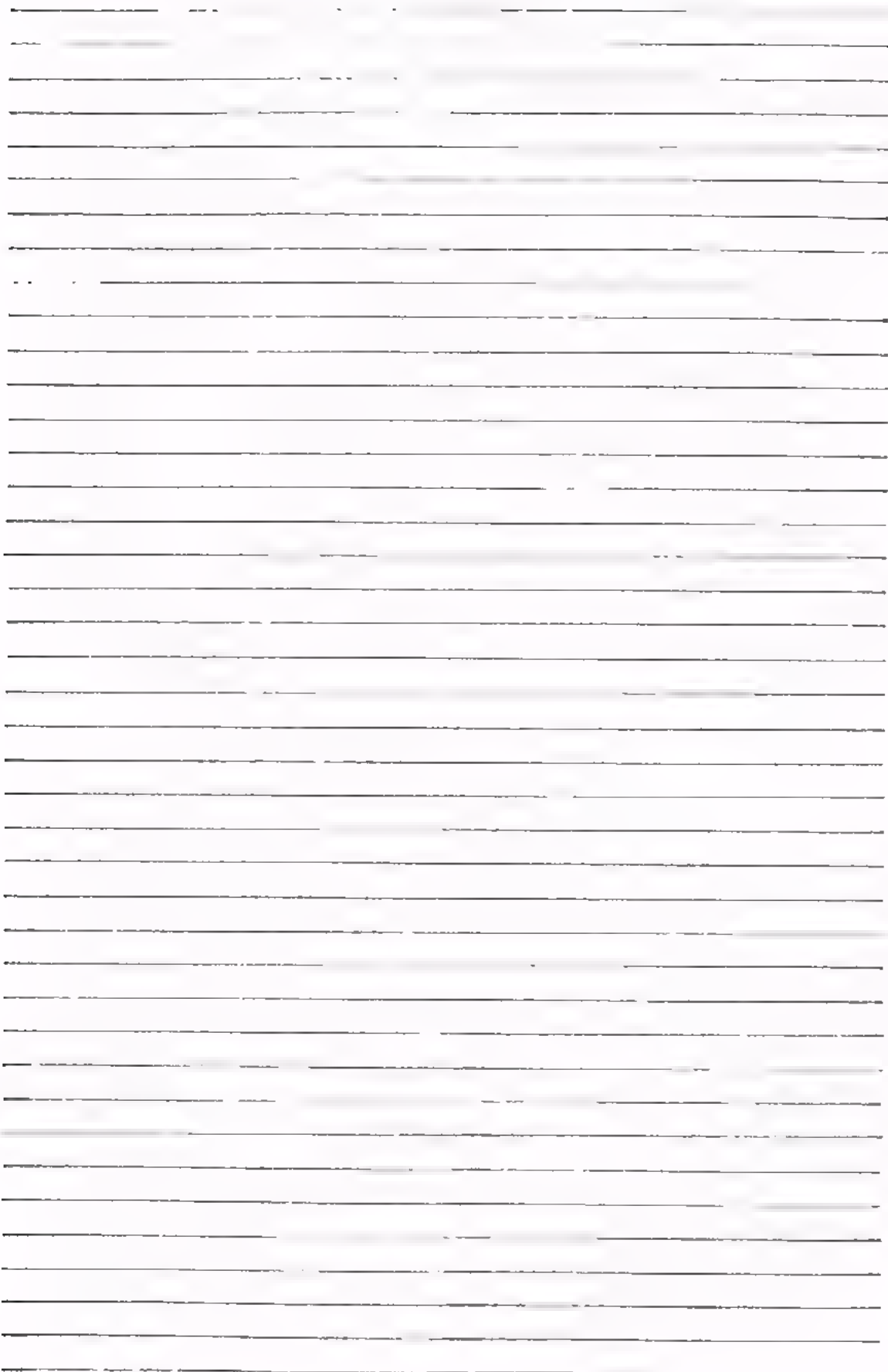
onzuivere wisselspanning

= ook som van zuivere wisselspanning en zuivere positieve- of negatieve gelijkspanning.



sinusvormige wisselspanning

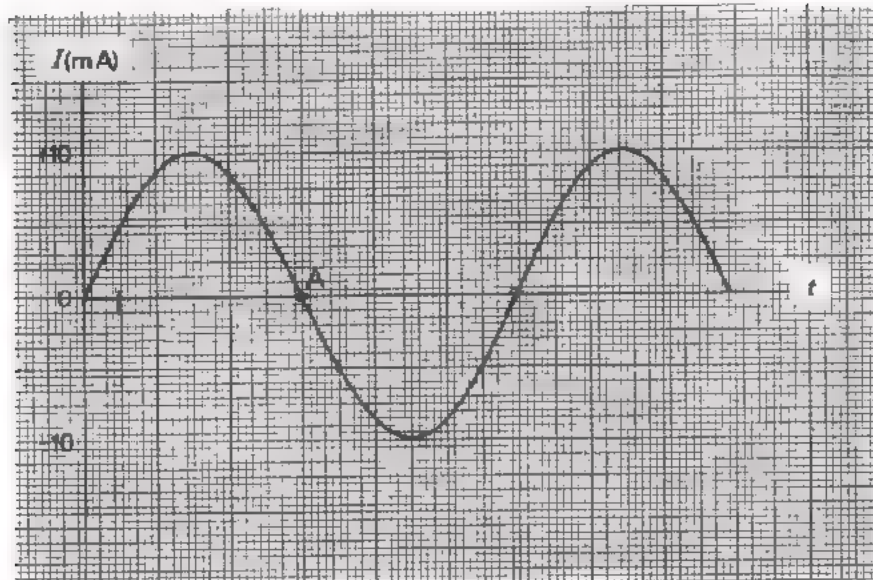
met amplitude U_t
en frequentie $f = \frac{1}{T}$.



NAAM:

KLAS:

OEFENINGEN



1. De frequentie van deze sinusvormige wisselstroom is $83\frac{1}{3}$ Hz.
Hoeveel seconden na moment A bereikt deze stroom voor de eerste keer een momentele waarde van:

• -5 mA

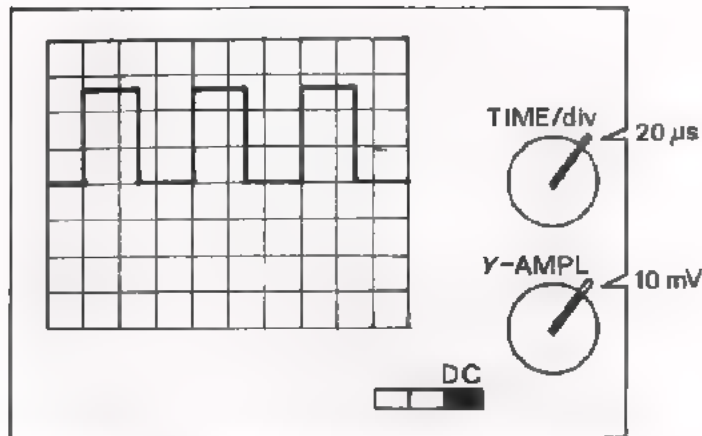
• -10 mA

• 0 mA

• +5 mA

• +10 mA

2.



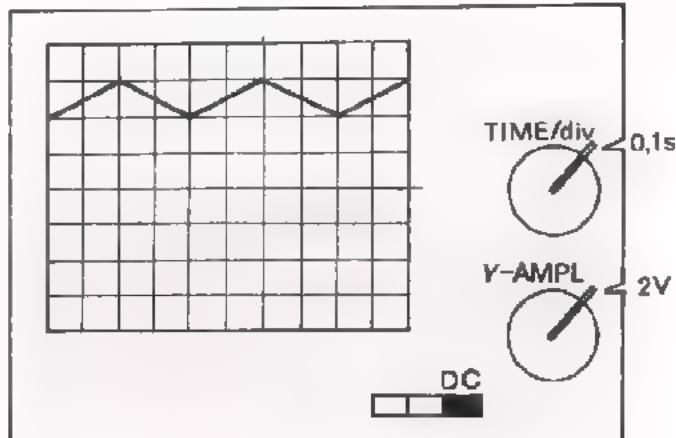
Van bovenstaand oscilloscoopbeeld is de frequentie =

Verzetten van de knop "O-AC-DC" naar de stand "AC" veroorzaakt een verschuiving van div. omhoog/omlaag

De nullijn (0 voltlijn) van bovenstaand beeld ligt in het midden van het scherm.

De gemiddelde waarde van de vertoonde spanning bedraagt: +/- mV

3.



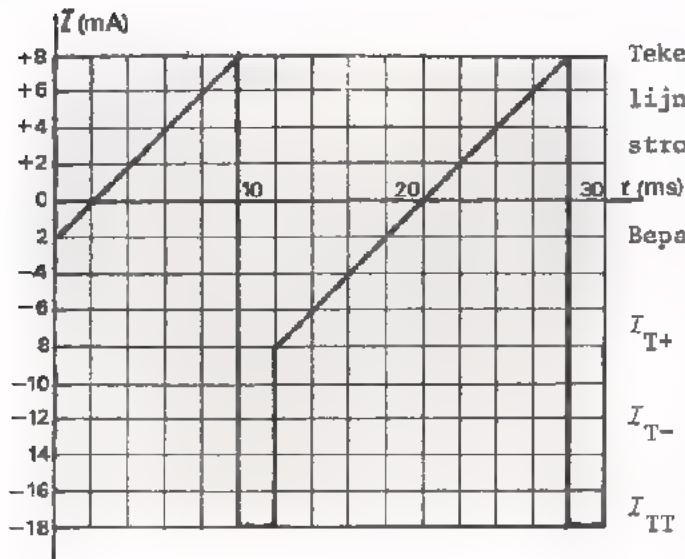
De nullijn van bovenstaand oscilloscoopbeeld ligt in het midden van het scherm.

De frequentie van de getoonde wisselspanning is:

Door verzetten van de "O-AC-DC"-schakelaar naar de "AC"-stand verschuift het beeld. div. omhoog/omlaag

De gemiddelde waarde van de spanning is: +/-

4.



Teken eerst in deze figuur een lijn die de zuivere gelijkstroomcomponent aangeeft.

Bepaal nu volgende grootheden:

$$I_{T+} = \boxed{}$$

$$I_{T-} = \boxed{}$$

$$I_{TT} = \boxed{}$$

$$I_{GEM} = \boxed{}$$

$$T = \boxed{}$$

$$f = \boxed{}$$

Per periode zijn de in de geleider bewegende ladingen:

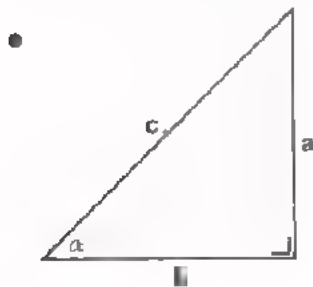
$$Q_h = \boxed{}$$

$$Q_t = \boxed{}$$

[The page contains approximately 35 lines of extremely faint, illegible text, likely due to low contrast or scanning quality.]

We hebben al kennis gemaakt met enige gonio. Om verderop in de cursus met succes de geheimen van de elektrotechniek te kunnen doorgronden moeten we deze kennis nog wat uitbreiden.

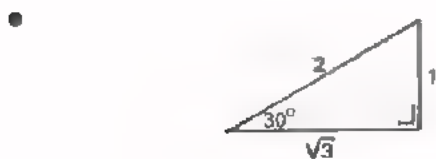
We herhalen kort en bondig wat we al weten van de goniometrie.



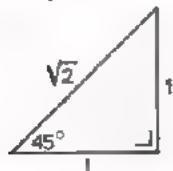
$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

De sinus van een hoek is:

$$\frac{\text{overstaande rechthoekszijde}}{\text{schuine zijde}}$$



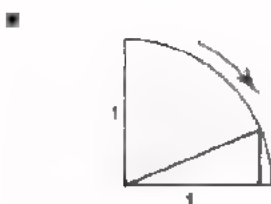
$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$



$$\sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2} \sqrt{2}$$

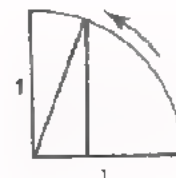


$$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2} \sqrt{3}$$



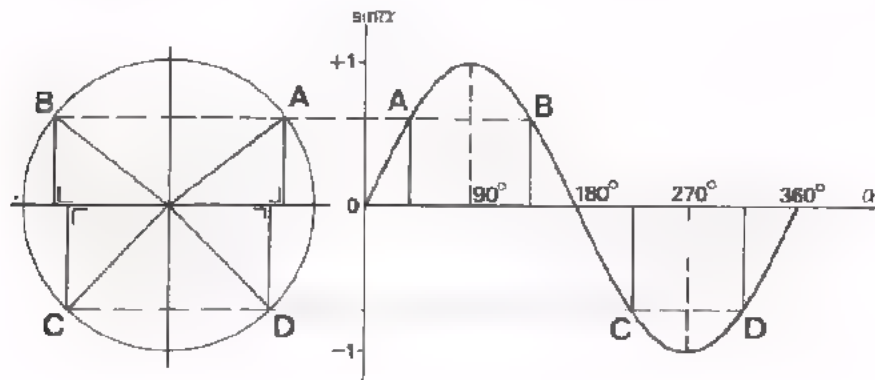
$$\sin 0^\circ = 0$$

$$\sin 90^\circ = 1$$



• De sinus van "minder mooie" hoeken vinden we in een tafel.

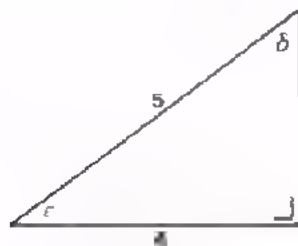
- Het verloop van de sinus in de vier kwadranten vinden we met behulp van een eenheidscirkel.



OEFENINGEN

Om te testen of u de reeds behandelde gonië kunt toepassen volgen hieronder nog enige testvragen.

1.



$$\sin \delta = \boxed{}$$

$$\sin \epsilon = \boxed{}$$

Gebruik bij de volgende opgaven zo nodig de sinustabel.

2.

$$\sin 12^\circ = \boxed{} \quad \sin 43^\circ = \boxed{}$$

$$\sin 70^\circ = \boxed{} \quad \sin 87^\circ = \boxed{}$$

3.

$$\sin 300^\circ = \boxed{} \quad \sin 160^\circ = \boxed{}$$

$$\sin 225^\circ = \boxed{} \quad \sin 260^\circ = \boxed{}$$

4. Bij welke hoeken tussen 0° en 360° is $\sin \alpha = 0,5$? $\alpha = $ en $$
- Bij welke hoeken tussen 0° en 360° is $\sin \alpha = -\frac{1}{2}\sqrt{2}$? $\alpha = $ en $$

DE COSINUS



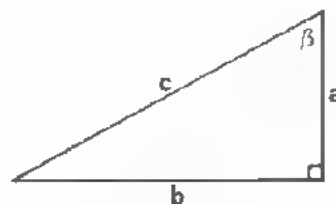
In deze rechthoekige driehoek hebben we de zijde a tegenover de hoek α de overstaande rechthoekszijde genoemd. De zijde b is de *aanliggende* rechthoekszijde. De verhouding van aanliggende rechthoekszijde en schuine zijde heet de *cosinus* van α , afgekort $\cos \alpha$. In de figuur:

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

U moet hier verder niets achter zoeken; de cosinus van een hoek is eenvoudig de verhouding tussen de aanliggende rechthoekszijde en de schuine zijde.

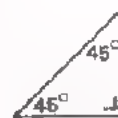
Bepaal in deze figuur nu zelf:

$$\cos \beta = \boxed{}$$



Van enkele "mooie" hoeken kunnen we de cosinus gemakkelijk opschrijven. Probeer het eens; laat wortelvormen staan:

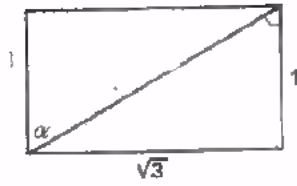
$$\begin{aligned} \cos 30^\circ &= \boxed{} \\ \cos 45^\circ &= \boxed{} \\ \cos 60^\circ &= \boxed{} \end{aligned}$$



De cosinus van "minder mooie" hoeken kunt u vinden in een tabel. We komen daar verderop nog op terug.

OEFENINGEN

1.

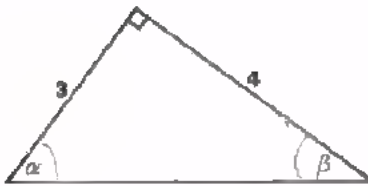


In deze rechthoek:

$\sin \alpha =$

$\cos \alpha =$

2.



In deze figuur:

$\sin \alpha =$

$\cos \beta =$

3.

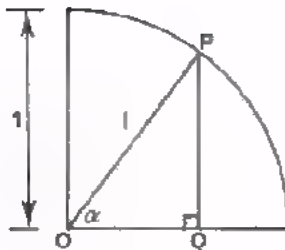


In deze driehoek:

$\cos \alpha =$

$\cos \beta =$

4.



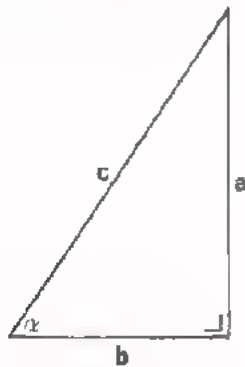
Welke lijn in deze kwart eenheids-
cirkel stelt $\cos \alpha$ voor?

Probeer door straal OP in deze fi-
guur rechtson of linksom te laten
draaien de waarde te bepalen van:

$\cos 0^\circ =$

$\cos 90^\circ =$

DE TANGENS EN DE COTANGENS



Er zijn nog twee goniometrische verhoudingen die we in de elektrotechniek nog al eens gebruiken.

De verhouding van overstaande en aanliggende rechtshoekszijde is de *tangens* van de hoek α, afgekort tg α.

De omgekeerde verhouding is de *cotangens* van α, aangeduid als cotan α.

In het kort:

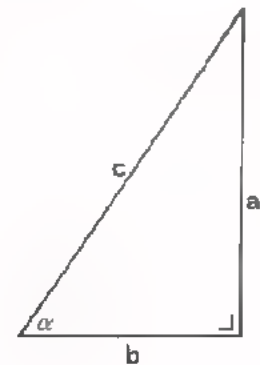
$$\tan \alpha = \frac{a}{b}$$

$$\cotan \alpha = \frac{b}{a}$$

De tangens en de cotangens van enige "mooie" hoeken kunnen we met behulp van rechthoekige driehoeken gemakkelijk bepalen. Van "minder mooie" hoeken lezen we ze uit een tabel af. Op dit laatste komen we nog terug.

We hebben nu met vier verhoudingen in een rechthoekige driehoek kennis gemaakt. Hieronder een overzicht.

sinus	=	$\frac{\text{overstaande rechtshoekszijde}}{\text{schuine zijde}}$	=	$\frac{a}{c}$
cosinus	=	$\frac{\text{aanliggende rechtshoekszijde}}{\text{schuine zijde}}$	=	$\frac{b}{c}$
tangens	=	$\frac{\text{overstaande rechtshoekszijde}}{\text{aanliggende rechtshoekszijde}}$	=	$\frac{a}{b}$
cotangens	=	$\frac{\text{aanliggende rechtshoekszijde}}{\text{overstaande rechtshoekszijde}}$	=	$\frac{b}{a}$



Leer dit van buiten!

OEFENINGEN

1. Bepaal (laat wortels in de uitkomsten staan):

$\tan 30^\circ =$

$\tan 45^\circ =$

$\tan 60^\circ =$

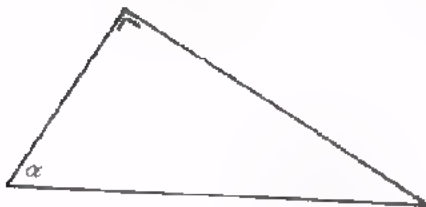
2. Bepaal (laat wortels in de uitkomsten staan):

$\cotan 30^\circ =$

$\cotan 45^\circ =$

$\cotan 60^\circ =$

3.



Bepaal in deze rechthoekige driehoek door de zijden op te meten:

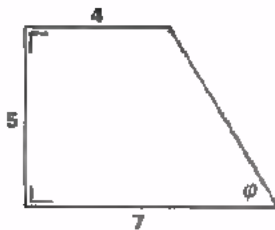
$\sin \alpha =$

$\cos \alpha =$

$\tan \alpha =$

$\cotan \alpha =$

4.

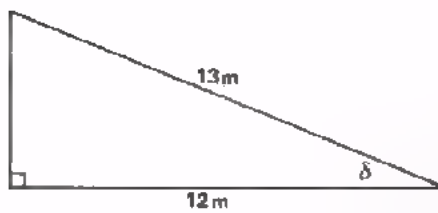


Bepaal in deze figuur:

$\tan \varphi =$

$\cotan \varphi =$

5.



Bereken:

$\sin \delta =$

$\cos \delta =$

$\tan \delta =$

$\cotan \delta =$

RADIALEN

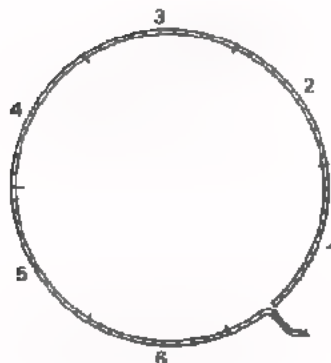
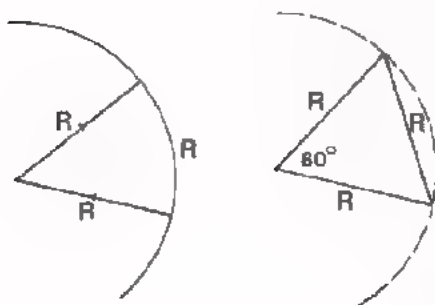
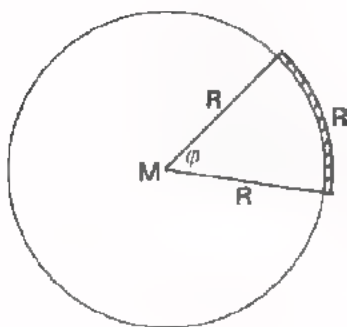
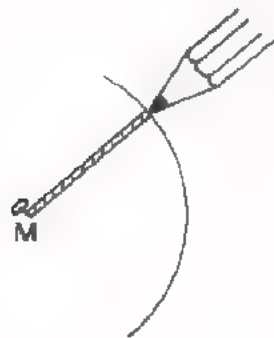
Hoeken hebben we tot nu toe in graden gemeten.

Een rechthoekige driehoek heeft een hoek van 90° .

Een "gehele cirkel rond" is 360° , enz.

Een andere, vooral in de elektronica veel gebruikte, maat om hoeken te meten is de *radiaal*, afgekort "rad".

Wat is een radiaal?



Stel u eens voor dat we een punaise in een vel papier prikken. Om deze punaise bevestigen we een touwtje, dat we strak trekken door middel van een potloodpunt. Op deze manier kunnen we een cirkel op het papier trekken, waarvan het middelpunt M bij de punaise ligt. De straal R van deze cirkel is gelijk aan de lengte van het touwtje.

Als we dit karweitje opgeknapt hebben maken we het touwtje los en leggen het ergens langs de omtrek van de cirkel.

We kunnen nu een hoek aanwijzen - zie nevenstaande figuur - die bij het middelpunt van de cirkel ligt tegenover een stuk omtrek met lengte R.

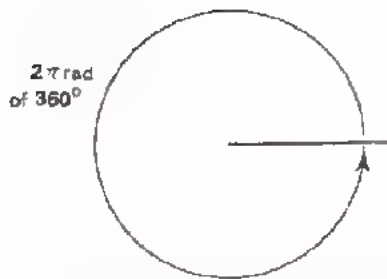
Deze hoek nu is één radiaal.

Gemakkelijk is in te zien dat een hoek van één radiaal iets kleiner is dan 60° .

Trekken we het touwtje namelijk strak tussen twee punten op de omtrek van de cirkel, dan ontstaat een gelijkzijdige driehoek.

Het blijkt dat we een touwtje met een lengte van de straal ruim 6 maal op de omtrek van de cirkel kunnen afpassen. Uit de meetkunde is bekend dat de omtrek van een cirkel gelijk is aan 2π maal de straal.

$$\text{Omtrek cirkel} = 2\pi R \approx 6,3 R.$$



Een "gehele cirkel rond" is dus blijkbaar 2π radialen.

Anderzijds is een "gehele cirkel rond" 360° . We vinden zo:

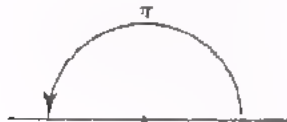
$$2\pi \text{ radialen} = 360^\circ$$

Als we dit onthouden zijn we altijd in staat om graden in radialen om te rekenen en radialen in graden. Uit het bovenstaande volgt immers:

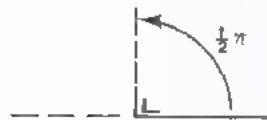
$$1 \text{ rad} = \frac{360^\circ}{2\pi}$$

$$\text{en } 1^\circ = \frac{2\pi}{360} \text{ radialen.}$$

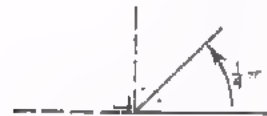
Voor "mooie" hoeken geldt b.v.:



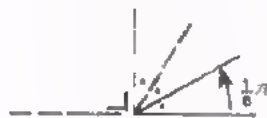
$$180^\circ = \frac{1}{2} \times 2\pi = \pi \text{ rad}$$



$$90^\circ = \frac{1}{4} \times 2\pi = \frac{1}{2} \pi \text{ rad}$$



$$45^\circ = \frac{1}{8} \times 2\pi = \frac{1}{4} \pi \text{ rad}$$

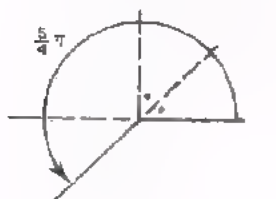


$$30^\circ = \frac{1}{12} \times 2\pi = \frac{1}{6} \pi \text{ rad.}$$

En omgekeerd:



$$\frac{1}{3} \pi \text{ rad} = \frac{1}{6} \times 2 \pi \text{ rad} = \frac{1}{6} \times 360^\circ = 60^\circ$$



$$\frac{5}{4} \pi \text{ rad} = 5 \times \frac{1}{4} \pi \text{ rad} = 5 \times 45^\circ = 225^\circ.$$

Voor "minder mooie" hoeken kunnen we op soortgelijke wijze te werk gaan.
 Voorbeelden:

$$360^\circ = 2\pi \text{ rad of } 1^\circ = \frac{2\pi}{360} \text{ rad, zodat}$$

$$23^\circ = 23 \times \frac{2\pi}{360} \approx 0,13 \pi \text{ rad.}$$

$$2\pi \text{ rad} = 360^\circ \text{ of } 1 \text{ rad} = \frac{360^\circ}{2\pi}, \text{ zodat}$$

$$0,4 \pi \text{ rad} = 0,4\pi \cdot \frac{360^\circ}{2\pi} = 72^\circ.$$

OEFENINGEN

1. Vul in:

(Laat π in de uitkomsten staan):

$270^\circ = \boxed{} \text{ rad}$

$60^\circ = \boxed{} \text{ rad}$

$225^\circ = \boxed{} \text{ rad}$

$360^\circ = \boxed{} \text{ rad}$

$120^\circ = \boxed{} \text{ rad}$

$240^\circ = \boxed{} \text{ rad}$

$300^\circ = \boxed{} \text{ rad}$

$135^\circ = \boxed{} \text{ rad}$

2. Doe nu het omgekeerde:

$\frac{1}{12} \pi \text{ rad} = \boxed{}^\circ$

$1\frac{1}{3} \pi \text{ rad} = \boxed{}^\circ$

$\frac{7}{8} \pi \text{ rad} = \boxed{}^\circ$

$1\frac{1}{2} \pi \text{ rad} = \boxed{}^\circ$

3. Bereken, (laat π in de uitkomsten staan):

$40^\circ = \boxed{} \text{ rad}$

$250^\circ = \boxed{} \text{ rad}$

$200^\circ = \boxed{} \text{ rad}$

$144^\circ = \boxed{} \text{ rad}$

HET GEBRUIK VAN EEN TAFEL

In de vorige goniöles stond een tabel, waarin u de sinus kon vinden voor elke hoek in het eerste kwadrant. Ook voor de cosinus, de tangens en de cotangens bestaan tabellen. Meestal zijn deze tabellen in een tafel gecombineerd. Op volgend blad vindt u zo'n tafel. Bij eerste oogopslag ziet de tafel er raar uit. We zullen hem eens nauwkeuriger gaan bekijken.

In de eerste kolom ziet u "graden" staan, opklimmend van 0° tot en met 45° . Daarnaast staan kolommen met "sinus", "cosinus", "tangens" en "cotangens". Dit geeft geen moeilijkheden. Voor hoeken tot en met 45° kunnen we de goniometrische verhoudingen zonder meer aflezen.

Voorbeelden:

$$\begin{aligned}\sin 18^{\circ} &= 0,309 \\ \cos 33^{\circ} &= 0,839 \\ \tan 7^{\circ} &= 0,123 \\ \cotan 42^{\circ} &= 1,111\end{aligned}$$

Hoe vinden we nu de goniometrische verhoudingen van hoeken van 45° tot 90° ? We moeten deze tabel dan van rechts naar links en van onder naar boven lezen. In de meest rechtse kolom staan van onder naar boven hoeken van 45° tot en met 90° . In de kolommen daarnaast staan van rechts naar links achtereenvolgens de "tangens", "cotangens", "sinus" en "cosinus". Kijk bij het bepalen van goniometrische verhoudingen van hoeken tussen 45° en 90° dus eerst naar de naam van de verhouding die *onderaan* in de tabel staan.

Voorbeelden:

$$\begin{aligned}\sin 48^{\circ} &= 0,743 \quad (\text{en niet } 0,669!) \\ \cos 76^{\circ} &= 0,242 \quad (\text{en niet } 0,970!) \\ \tan 65^{\circ} &= 2,145 \quad (\text{en niet } 0,466!) \\ \cotan 88^{\circ} &= 0,035 \quad (\text{en niet } 28,636!).\end{aligned}$$

Men kan de tafel natuurlijk ook andersom gebruiken.

Voorbeelden:

$$\begin{aligned}\text{Als } \sin \alpha &= 0,602 \quad \text{dan } \alpha = 37^{\circ} \\ \text{Als } \tan \alpha &= 1,48 \quad \text{dan } \alpha = 56^{\circ}.\end{aligned}$$

Ga dit na!

Graden	Sinus	Cosinus	Tangens	Cotangens	
0	0,000	1,000	0,000	∞	90
1	0,018	1,000	0,018	57,290	89
2	0,035	0,999	0,035	28,636	88
3	0,052	0,999	0,052	19,081	87
4	0,070	0,998	0,070	14,301	86
5	0,087	0,996	0,088	11,430	85
6	0,105	0,995	0,105	9,514	84
7	0,122	0,993	0,123	8,144	83
8	0,139	0,990	0,141	7,115	82
9	0,156	0,988	0,158	6,314	81
10	0,174	0,985	0,176	5,671	80
11	0,191	0,982	0,194	5,145	79
12	0,208	0,978	0,213	4,705	78
13	0,225	0,974	0,231	4,332	77
14	0,242	0,970	0,249	4,011	76
15	0,259	0,966	0,268	3,732	75
16	0,276	0,961	0,287	3,487	74
17	0,292	0,956	0,306	3,271	73
18	0,309	0,951	0,325	3,078	72
19	0,326	0,946	0,344	2,904	71
20	0,342	0,940	0,364	2,748	70
21	0,358	0,934	0,384	2,605	69
22	0,375	0,927	0,404	2,475	68
23	0,391	0,921	0,425	2,356	67
24	0,407	0,914	0,445	2,246	66
25	0,423	0,906	0,466	2,145	65
26	0,438	0,899	0,488	2,050	64
27	0,454	0,891	0,510	1,963	63
28	0,470	0,883	0,532	1,881	62
29	0,485	0,875	0,554	1,804	61
30	0,500	0,866	0,577	1,732	60
31	0,515	0,857	0,601	1,664	59
32	0,530	0,848	0,625	1,600	58
33	0,545	0,839	0,649	1,540	57
34	0,559	0,829	0,675	1,483	56
35	0,574	0,819	0,700	1,428	55
36	0,588	0,809	0,727	1,376	54
37	0,602	0,799	0,754	1,327	53
38	0,616	0,788	0,781	1,280	52
39	0,629	0,777	0,810	1,235	51
40	0,643	0,766	0,839	1,192	50
41	0,656	0,755	0,869	1,150	49
42	0,669	0,743	0,900	1,111	48
43	0,682	0,731	0,933	1,072	47
44	0,695	0,719	0,966	1,036	46
45	0,707	0,707	1,000	1,000	45
	Cosinus	Sinus	Cotangens	Tangens	Graden

OEFENINGEN

Zoek in de tabel op:

$\tan 40^\circ =$	<input type="text"/>	$\cotan 33^\circ =$	<input type="text"/>
$\cotan 58^\circ =$	<input type="text"/>	$\sin 83^\circ =$	<input type="text"/>
$\sin 12^\circ =$	<input type="text"/>	$\cos 44^\circ =$	<input type="text"/>
$\cos 76^\circ =$	<input type="text"/>	$\tan 50^\circ =$	<input type="text"/>

OPMERKING

Bij de behandeling van het verloop van de sinus met behulp van de eenheidscirkel hebben we gezien, dat $\sin \alpha$ niet groter kan worden dan $+1$ en niet kleiner dan -1 .

Voor de cosinus geldt hetzelfde. In de tabel zien we, dat $\cos 0^\circ = 1$; bij grotere hoeken wordt de cosinus kleiner totdat bij 90° geldt $\cos 90^\circ = 0$. Bij verder onderzoek zou blijken dat ook de cosinus niet negatiever kan worden dan -1 bij 180° ,

Met de tangens en de cotangens is het anders gesteld. In de tabel zien we dat $\tan 0^\circ = 0$ en $\tan 45^\circ = 1$. Daarna komt de waarde van de tangens boven de 1 uit.

$$\tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

$$\tan 76^\circ = 4.$$

Bij 80° is de tangens gelijk aan 5,7; bij 85° reeds 11,4 en daarna neemt hij nog steeds toe.

Bij 90° is de tangens tenslotte oneindig groot geworden; $\tan 90^\circ = \infty$.

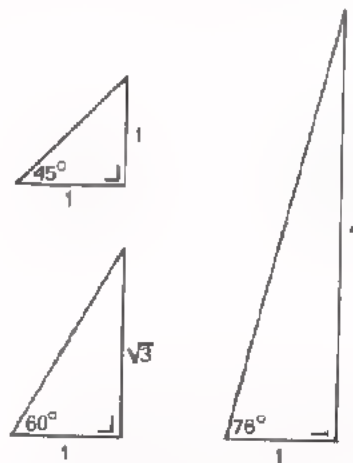
Voor de cotangens geldt hetzelfde, maar in omgekeerde richting:

$$\cotan 90^\circ = 0$$

$$\cotan 45^\circ = 1$$

$$\cotan 0^\circ = \infty$$

U kunt zich afvragen wat dan de waarde van de tangens en cotangens van hoeken boven 90° is. Deze waarden zijn wel aan te geven, maar we gaan daar niet op in, omdat het voor deze cursus niet van belang is.

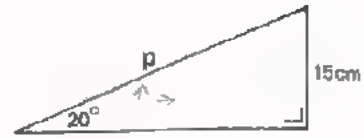


VOORBEELDEN VAN HET GEBRUIK VAN GONIOMETRISCHE VERHOUDINGEN

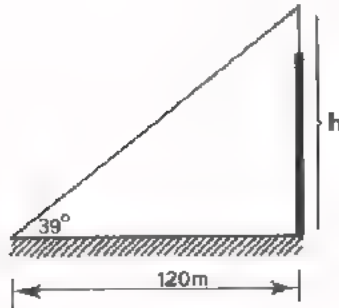
1. Hoe lang is de schuine zijde p in deze driehoek?

$$\frac{15}{p} = \sin 20^\circ; \text{ dus } p = \frac{15}{\sin 20^\circ}$$

$$= \frac{15}{0,342} \approx 44 \text{ cm.}$$



- 2.

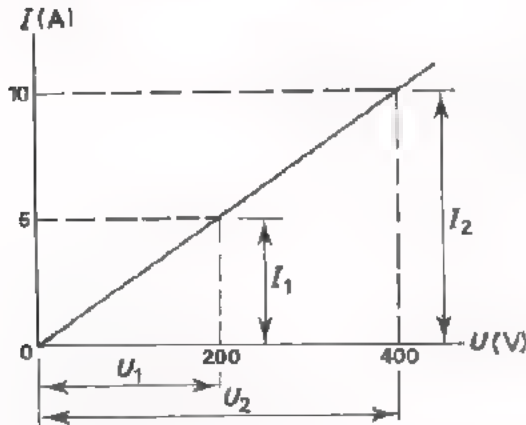


Men ziet een antenne onder een hoek van 39° op een afstand van 120 m. Hoe hoog is die antenne?

$$\frac{h}{120} = \tan 39^\circ; \text{ dus } h = 120 \cdot \tan 39^\circ$$

$$= 120 \cdot 0,810 \approx 97 \text{ m.}$$

- 3



In deze grafiek is de stroom I door een weerstand verticaal en de spanning U over de weerstand horizontaal uitgezet.

Hoe groot is deze weerstand?

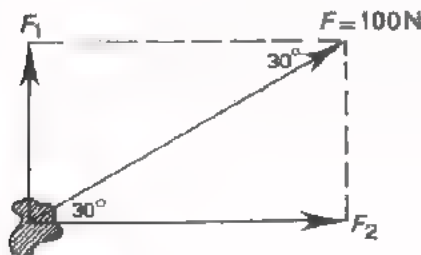
$$R = \frac{U_1}{I_1} = \frac{200}{5} = \cotan \alpha = 40 \ \Omega$$

of ook:

$$R = \frac{U_2}{I_2} = \frac{400}{10} = \cotan \alpha = 40 \ \Omega$$

Blijkbaar is R evenredig met de cotangens van de hellingshoek α , waarbij we U in volt en I in ampere moeten uitdrukken.

- 4.



De kracht F van 100 N is ontbonden in de krachten F_1 en F_2 .

Hoe groot zijn F_1 en F_2 ?

$$\frac{F_1}{F} = \sin 30^\circ \text{ of } F_1 = F \cdot \sin 30^\circ$$

$$= 100 \cdot \frac{1}{2}$$

$$= 50 \text{ N.}$$

$$\frac{F_2}{F} = \cos 30^\circ \text{ of } F_2 = F \cdot \cos 30^\circ$$

$$= 100 \cdot \frac{1}{2} \sqrt{3}$$

$$= 50 \sqrt{3} \text{ N.}$$

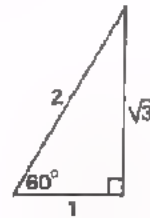
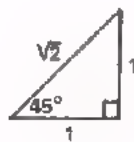
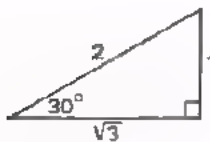
SAMENVATTING

- Behalve van de sinus maken we in de goniö gebruik van: cosinus, tangens en cotangens.

$\sin \alpha = \frac{\text{overstaande rechthoekszijde}}{\text{schuine zijde}} = \frac{a}{c}$
$\cos \alpha = \frac{\text{aanliggende rechthoekszijde}}{\text{schuine zijde}} = \frac{b}{c}$
$\tan \alpha = \frac{\text{overstaande rechthoekszijde}}{\text{aanliggende rechthoekszijde}} = \frac{a}{b}$
$\cotan \alpha = \frac{\text{aanliggende rechthoekszijde}}{\text{overstaande rechthoekszijde}} = \frac{b}{a}$



- Van enige "mooie" hoeken kunnen we de goniometrische verhoudingen gemakkelijk opschrijven:



$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\sin 45^\circ = \frac{1}{2} \sqrt{2}$$

$$\sin 60^\circ = \frac{1}{2} \sqrt{3}$$

$$\cos 30^\circ = \frac{1}{2} \sqrt{3}$$

$$\cos 45^\circ = \frac{1}{2} \sqrt{2}$$

$$\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\tan 30^\circ = \frac{1}{3} \sqrt{3}$$

$$\tan 45^\circ = 1$$

$$\tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

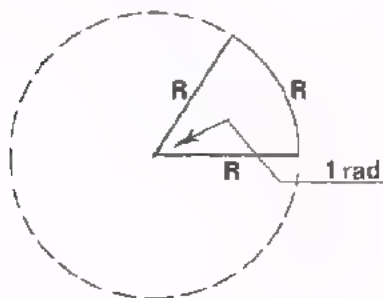
$$\cotan 30^\circ = \sqrt{3}$$

$$\cotan 45^\circ = 1$$

$$\cotan 60^\circ = \frac{1}{3} \sqrt{3}$$

Deze uitkomsten moet u niet van buiten leren, maar wel aan de hand van een rechthoekje snel af kunnen leiden.

- Goniometrische verhoudingen van "minder mooie" hoeken lezen we af in een tafel.
- Behalve in *graden* kan men hoeken ook meten in *radialen*.



$$360^\circ = 2\pi \text{ rad}$$

$$1^\circ = \frac{2\pi}{360} \text{ rad}$$

$$1 \text{ rad} = \frac{360^\circ}{2\pi}$$

NAAM:

KLAS:

OEFENINGEN

1. Zoek in een tafel op:

$\sin 13^\circ =$

$\cos 56^\circ =$

$\cos 26^\circ =$

$\sin 65^\circ =$

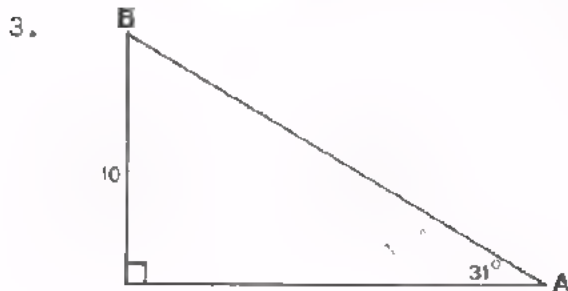
$\tan 39^\circ =$

$\cotan 72^\circ =$

$\cotan 44^\circ =$

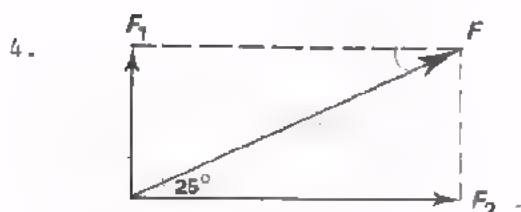
$\tan 87^\circ =$

2. Een hoek van 45° is rad
- 135° is rad
- 180° is rad
- 240° is rad
- 300° is rad
- 330° is rad



Bereken de lengte van AB.

$AB =$



De kracht $F = 500$ N.

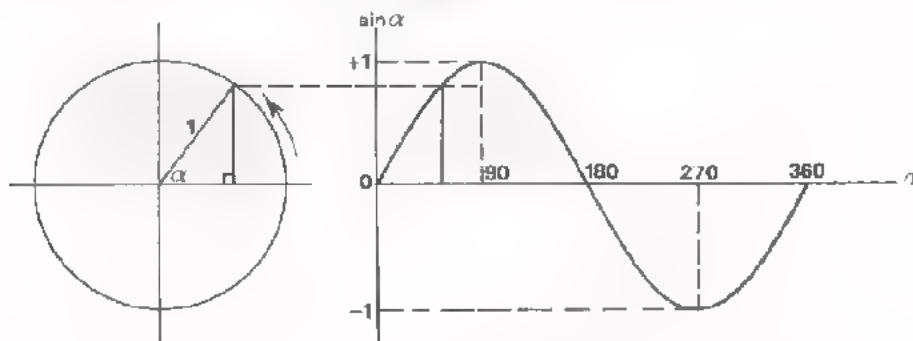
Bereken F_1 en F_2 .

$F_1 =$

$F_2 =$

DE GRAFISCHE VOORSTELLING VAN EEN WISSELSPANNING

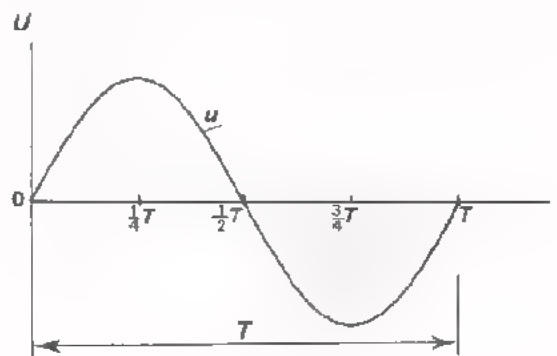
- We hebben in een van de gonioclessen geleerd, dat we het verloop van $\sin \alpha$ kunnen construeren met behulp van een eenheidskirkel.



- We hebben het ook al gehad over sinusvormige wisselspanningen; u hebt ze op de oscilloscoop gezien.

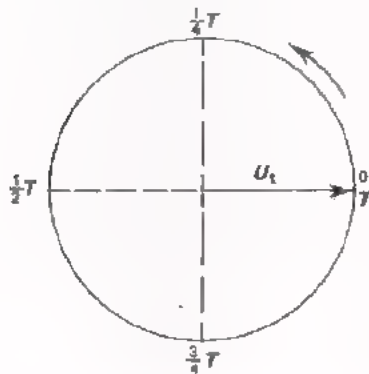
Wat bedoelen we als we praten over een "sinusvormige spanning"? We zien dan de grafiek van deze spanning voor ons, waarin verticaal "de momentele waarde u " en horizontaal "de tijd t " is uitgezet. Verloopt deze grafiek juist zo, als die van $\sin \alpha$ in de gonio, dan hebben we te maken met een sinusvormige spanning.

Denk er wel aan, dat we hierbij afgaan op uiterlijke overeenkomsten. In de gonio staat op de verticale as $\sin \alpha$ en in de elektrotechniek de momentele waarde van de spanning. Op de horizontale as staat in de gonio een hoek α en in de elektrotechniek de tijd,



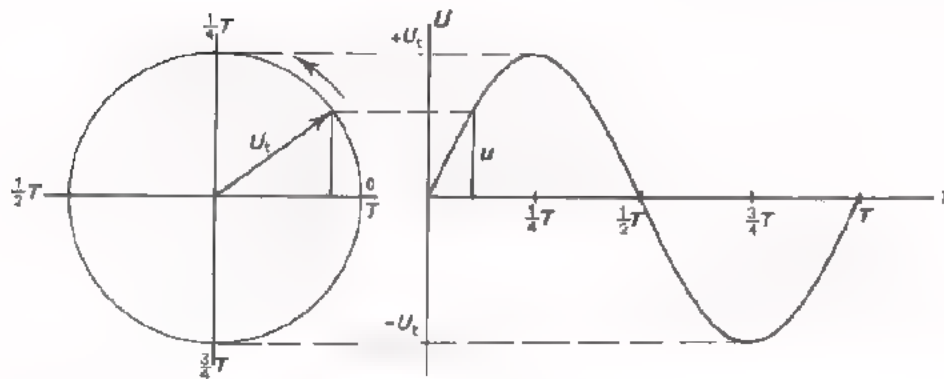
- We hebben ook geleerd dat de tijd, waarin een volledige sinus (een periode dus) wordt doorlopen, de periodetijd T wordt genoemd.

Het "kunstje" uit de gonio om het verloop van de sinus met behulp van een eenheidscirkel te construeren kunnen we ook toepassen in de elektrotechniek. We tekenen dan een cirkel met een straal gelijk aan de amplitude U_t van de wisselspanning.

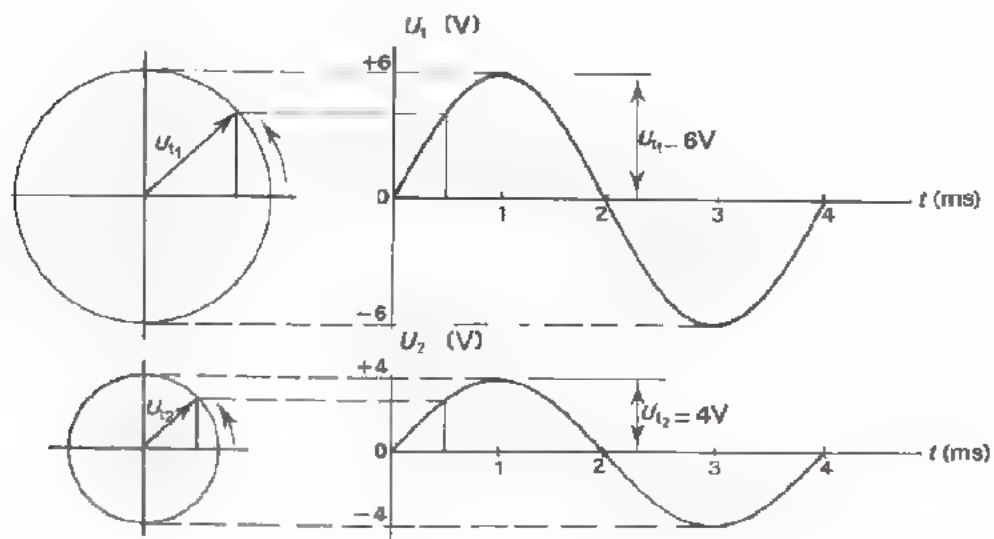


De straal - in de figuur met rechte pijl aangegeven - laten we weer ronddraaien tegen de wijzers van de klok in. We laten de pijl in de periodetijd T eenmaal rondgaan.

Verder gaan we precies zo te werk als in de gonio en verkrijgen we het verloop van een sinusvormige wisselspanning.



Hieronder zijn de grafieken van twee sinusvormige wisselspanningen geconstrueerd. Daarbij heeft u_2 een kleinere amplitude dan u_1 . De frequentie van beide wisselspanningen is dezelfde, namelijk 250 Hz. Ga dit na.

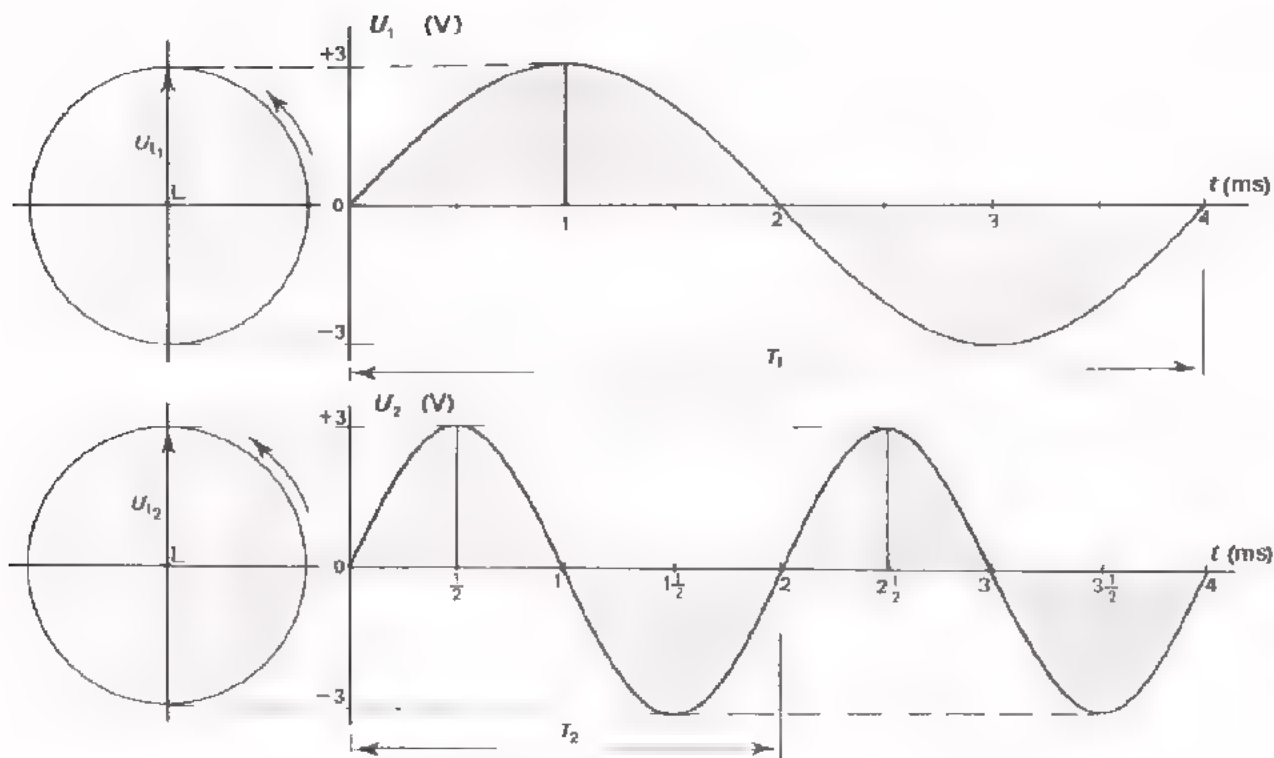


Hieronder zijn weer twee sinusvormige wisselspanningen geconstrueerd. Deze hebben dezelfde amplitude, maar hun frequenties zijn niet gelijk.

Immers:

$$T_1 = 4 \text{ ms} = \frac{4}{1000} \text{ s, zodat } f_1 = \frac{1}{T_1} = \frac{1}{4/1000} = \frac{1000}{4} = 250 \text{ Hz}$$

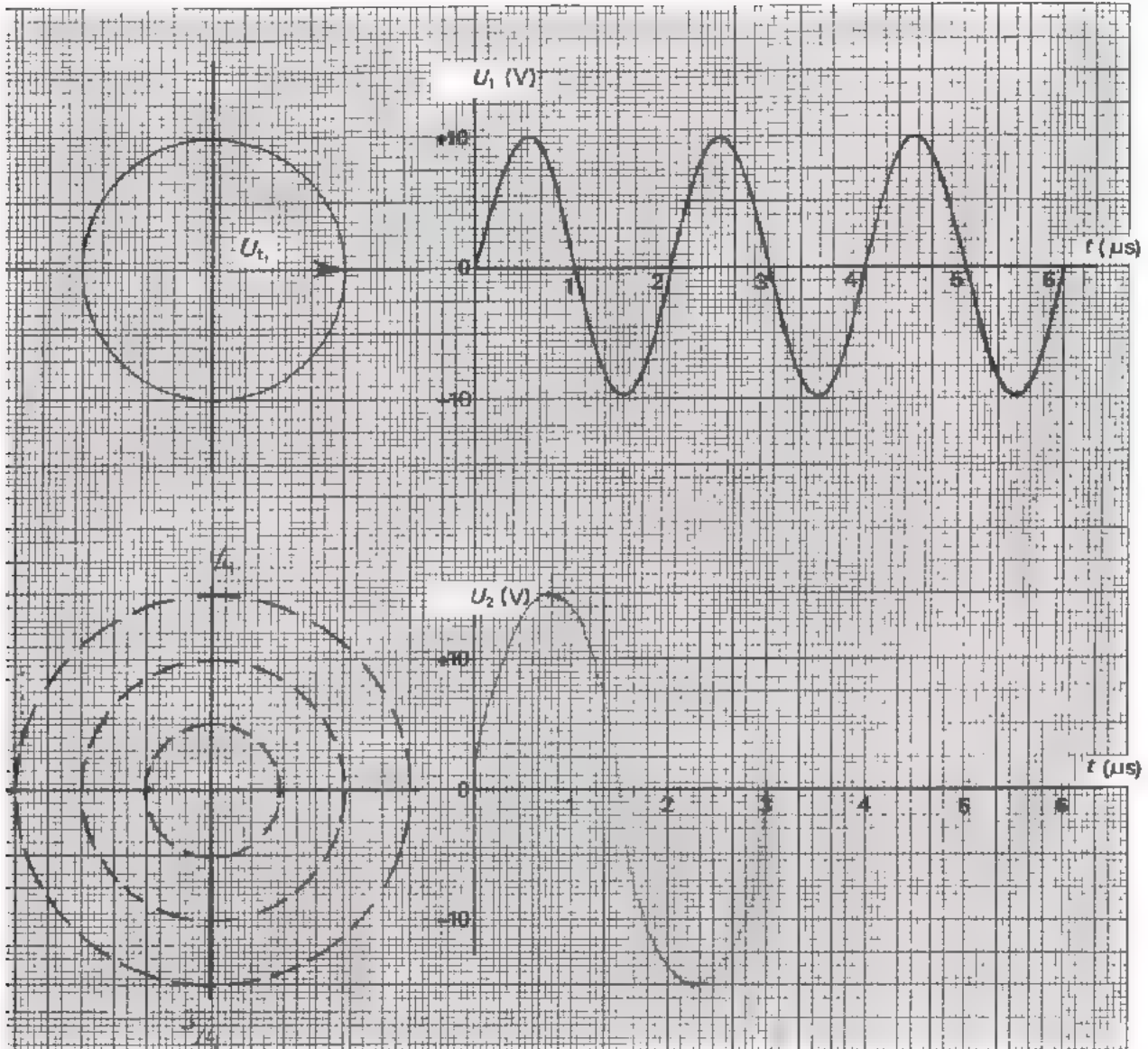
$$T_2 = 2 \text{ ms} = \frac{2}{1000} \text{ s, zodat } f_2 = \frac{1}{T_2} = \frac{1}{2/1000} = \frac{1000}{2} = 500 \text{ Hz.}$$



CONCLUSIES:

- Een sinusvormige wisselspanning kan men construeren met behulp van een cirkel, waarvan de straal de amplitude voorstelt.
Een kleinere wisselspanning kan men voorstellen door een cirkel met een kleinere straal.
- Hoe hoger de frequentie van de wisselspanning is, des te meer "slingeringen" of periodes de grafiek in een bepaalde tijd heeft. Het aantal slingeren in een seconde (= de frequentie) komt overeen met het aantal keren, dat de straal van de cirkel in een seconde ronddraait.

OEFENING



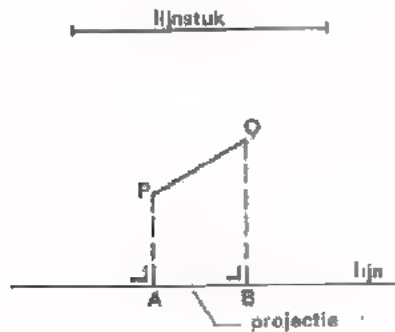
1. Bereken de frequentie van u_1

$f_1 =$

2. Construeer de grafiek van u_2 , als de amplitude van u_2 anderhalf maal zo groot is als die van u_1 en de frequentie f_2 van u_2 twee-derde is van f_1 .

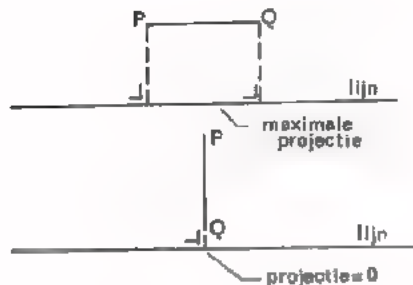
DE PROJECTIE VAN EEN LIJNSTUK

Om het verdere verhaal over de sinusvormige wisselspanning goed te kunnen volgen is het nuttig eerst enkele begrippen uit de meetkunde op te halen.



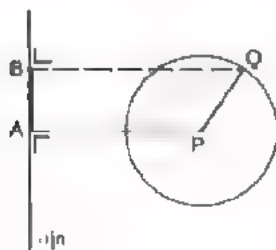
Onder een *lijnstuk* verstaat men letterlijk een "stuk lijn".

Men kan een "lijnstuk PQ" *projecteren* op een naburige "lijn" door vanuit P en Q loodlijnen neer te laten op de lijn. Het zo op de lijn afgepaste stuk AB noemt men de *projectie* van PQ op de lijn.

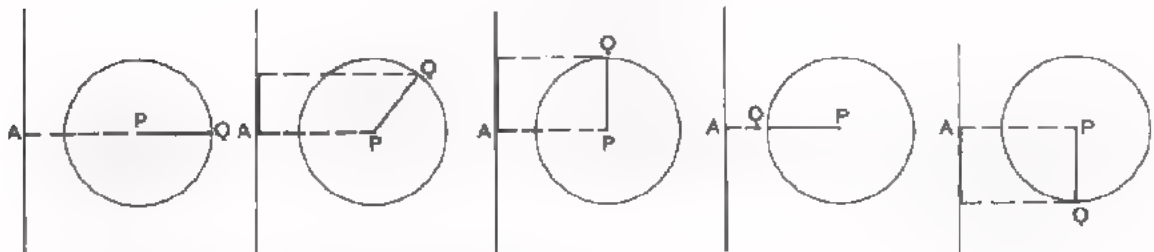


De projectie is het grootst als het lijnstuk evenwijdig loopt aan de lijn.

De projectie is het kleinst en gelijk aan nul als het lijnstuk loodrecht op de lijn staat.



We laten het lijnstuk PQ om P ronddraaien. Tijdens dit draaien projecteren we PQ op een verticale lijn. Wat zien we met de projectie gebeuren? Hieronder zijn een aantal momentopnamen van het ronddraaiende lijnstuk PQ en de bijbehorende projectie weergegeven.



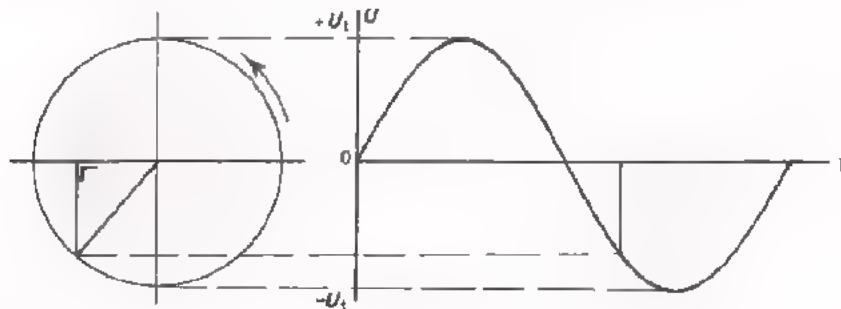
We zien dat de projectie beurtelings toe- en afneemt en zich beurtelings boven en onder punt A bevindt.

Schuift men de verticale lijn naar links of rechts op, dan verandert er niets aan de projectie.

DE VECTOR-VOORSTELLING

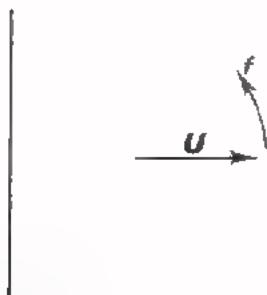
We hebben gezien dat een sinusvormige wisselspanning kan worden voorgesteld in een grafiek van de momentele waarde u en de tijd.

Deze grafiek kan worden geconstrueerd met behulp van een cirkel met een straal, gelijk aan de amplitude U_t van de wisselspanning.



Een nog kortere manier om een sinusvormige wisselspanning vast te leggen is de volgende.

Men laat de constructiecirkel geheel weg en tekent alleen de pijl die de amplitude voorstelt.



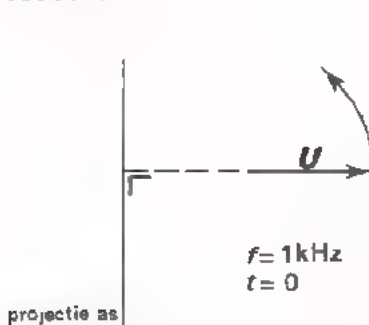
projectie-as

Daarnaast tekent men een verticale lijn waarop men deze pijl projecteert. De projectie stelt nu op ieder ogenblik, d.w.z. bij verschillende standen van de pijl, de momentele waarde van de spanning voor. Bij deze figuur moet men dan nog de frequentie en het tijdstip opgeven. Denk tenslotte aan de afspraak dat de pijl altijd linksom draait.

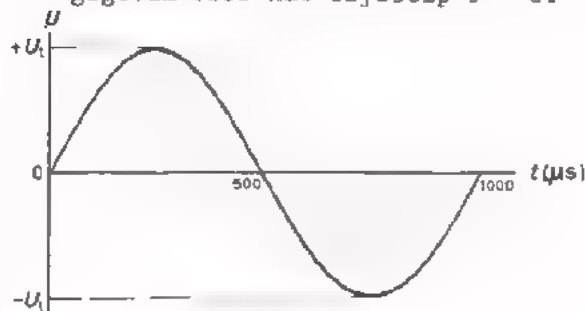
Deze manier om een sinusvormige wisselspanning aan te duiden noemt men de *vector-voorstelling*.

De stand van de vector wordt meestal opgegeven voor het tijdstip $t = 0$.

Voorbeeld:



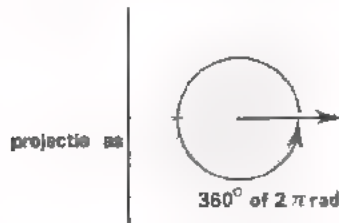
Deze vector-voorstelling is een korte schrijfwijze



voor deze sinusvormige wisselspanning.

DE HOEKFREQUENTIE

We weten nu hoe we een sinusvormige spanning door middel van een draaiende pijl of vector kunnen vastleggen. De pijl draait in een periode eenmaal rond en doorloopt daarbij een hoek van 360° of 2π radialen.



Is de frequentie van de wisselspanning f , dan draait de vector in een seconde f maal rond en doorloopt dan een totale hoek van $f \times 2\pi$ radialen.

Is de frequentie b.v. 500 Hz, dan is die hoek $500 \times 2\pi$ radialen.

De hoek die de vector in een seconde doorloopt noemt men de *hoekfrequentie*, deze wordt altijd uitgedrukt in radialen per seconde.

Het symbool voor hoekfrequentie is: ω

(spreek uit "omega").

Is de frequentie b.v. 1500 Hz, dan is de per seconde doorlopen hoek $1500 \times 2\pi$ rad, zodat $\omega = 1500 \cdot 2\pi$ rad/s.

In formulevorm:

eenmaal rond is 2π rad,

f maal rond is $f \cdot 2\pi$ rad of $2\pi f$ rad.

De hoekfrequentie is dus:

$$\omega = 2\pi f$$

ω hoekfrequentie, rad/s

f frequentie, Hz.

OEFENINGEN

Laat π in de uitkomsten staan.

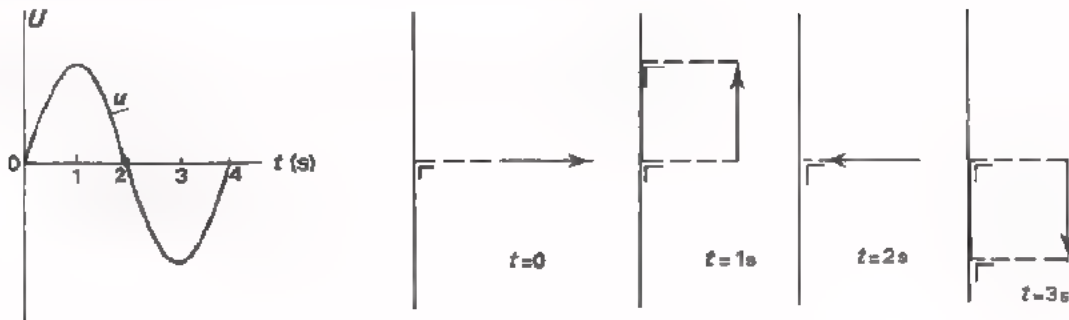
$f = 1$ kHz $\omega =$ rad/s

$f = 60$ kHz $\omega =$ rad/s

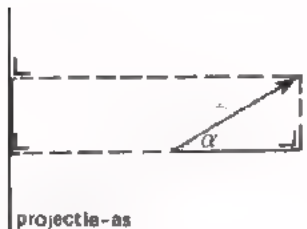
$f = 2$ MHz $\omega =$ rad/s

$f = 15$ MHz $\omega =$ rad/s

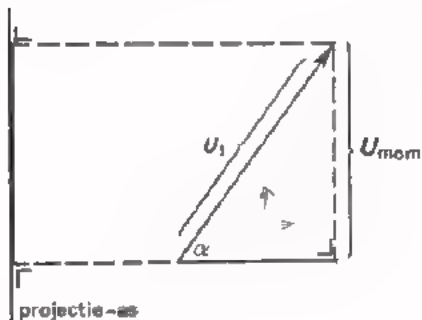
DE FORMULE VOOR EEN SINUSVORMIGE WISSELSpanNING



Boven is een wisselspanning u gegeven. De vector u is getekend op de tijdstippen $t = 0$ s, $t = 1$ s, $t = 2$ s en $t = 3$ s. Men kan gemakkelijk zien dat u achtereenvolgens gelijk is aan 0 , $+U_t$, 0 en $-U_t$.



Hoe groot is nu U_{mom} in een tussenliggend geval zoals hiernaast getekend? Dit kan men in de tekening *opmeten*. Is b.v. de lengte van de vector 2 cm en de lengte van de projectie 1 cm, dan is u blijkbaar gelijk aan de helft van U_t .



Men kan de momentele waarde echter ook in formule uitdrukken. Voor de stand van de vector in de figuur, die een hoek α met de beginstand maakt geldt:

$$\sin \alpha = \frac{u}{U_t}$$

of $U_t \cdot \sin \alpha = U_t \cdot \frac{u}{U_t}$, zodat:

$$u = U_t \cdot \sin \alpha$$

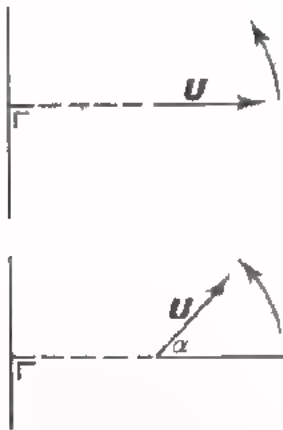
Is de amplitude $U_t = 100$ V en $\alpha = \frac{1}{6} \pi (= 30^\circ)$, dan:

$$u = U_t \sin \alpha = 100 \sin 30^\circ = 100 \cdot \frac{1}{2} = 50 \text{ V.}$$

Bereken U_{mom} in onderstaande gevallen:

$U_t = 20$ V en $\alpha = \frac{1}{6} \pi$	$u =$	<input type="text"/>
$U_t = 30$ V en $\alpha = \frac{1}{4} \pi$	$u =$	<input type="text"/>
$U_t = 280$ V en $\alpha = \frac{5}{6} \pi$	$u =$	<input type="text"/>

DE FORMULE MET ω EN t



Stel dat een vector u op het tijdstip $t = 0$ in deze stand staat. De projectie is nu nul, d.w.z. dat op het tijdstip $t = 0$ de momentele waarde van de spanning nul is.

Een ogenblik later, na t seconden, is deze stand bereikt. De vector is over een hoek α gedraaid. Deze hoek is gelijk aan:

$$\alpha = \omega t$$

We proberen dit nader uit te leggen:

- In 1 seconde doorloopt de vector een hoek $2\pi f = \omega$ rad.
- In 2 seconden dus 2ω rad.
- In 10 seconden 10ω rad.
- In t seconden is dan de doorlopen hoek $t\omega$ of ωt rad.

De momentele waarde van een wisselspanning hebben we in formule opgeschreven als:

$$u = U_t \cdot \sin \alpha$$

Nu we weten dat α over een langere tijd reële waarden kan aannemen, dus $\alpha = \omega t$, kunnen we ook opschrijven:

$$u = U_t \cdot \sin \omega t$$

of, met $\omega = 2\pi f$,

$$u = U_t \cdot \sin 2\pi ft$$

ω rad/s

t s

f Hz.

VOORBEELD

Een wisselspanning heeft een amplitude $U_t = 100$ V en een frequentie $f = 50$ Hz. Hoe groot is de momentele waarde u op het tijdstip $t = \frac{1}{600}$ s?

$$u = U_t \cdot \sin 2\pi ft, \text{ of}$$

$$u = 100 \cdot \sin 2\pi \cdot 50 \cdot \frac{1}{600} = 100 \cdot \sin \frac{1}{6} \pi$$

$$= 100 \cdot \sin 30^\circ = 100 \cdot \frac{1}{2} = 50 \text{ V}$$

OEFENINGEN

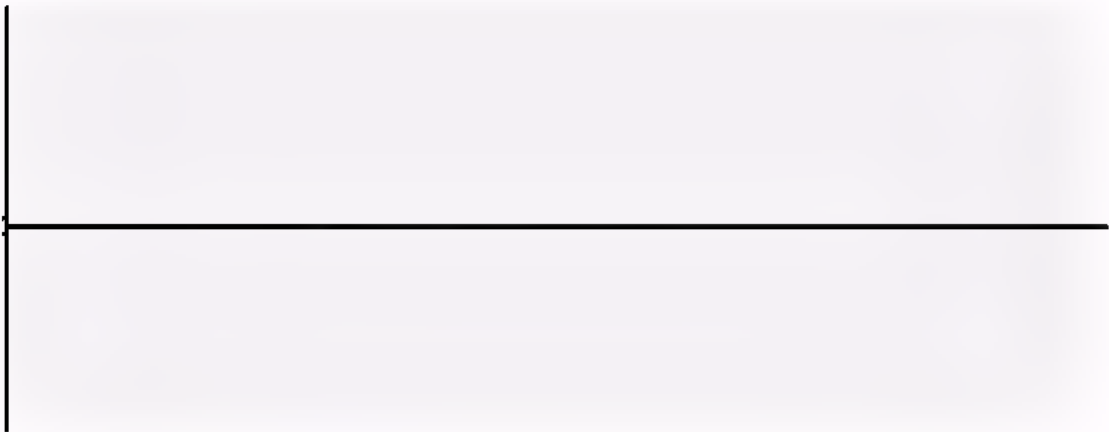
1. Een wisselspanning is gegeven door de formule:

$$u = 20v \cdot \sin \omega t \quad V$$

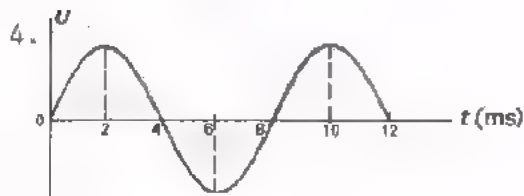
Hierin is de hoekfrequentie $\omega = 200 \text{ rad/s}$. Hoe groot is de momentele waarde op het tijdstip $t = \frac{5}{3} \pi \text{ ms}$? Vul ω en t in de formule in en laat aanvankelijk staan.

$$u = \boxed{}$$

2. Teken de grafiek van de sinusvormige wisselspanning uit het vorige vraagstuk.

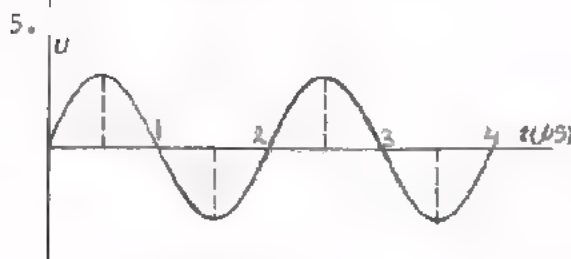


3. Teken de vectorvoorstelling van deze spanning op het tijdstip $t = \frac{5}{3} \pi \text{ ms}$ naast de grafiek.



Hoe groot is ω van deze wisselspanning?

$$\omega = \boxed{}$$

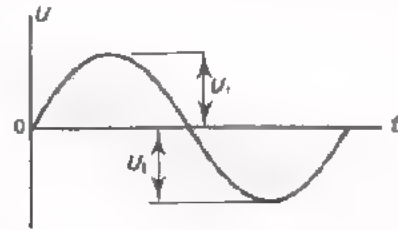


Van deze wisselspanning is $\omega = \pi \cdot 10^6 \text{ rad/s}$.

Zet langs de t -as de tijden uit. Vermeld de gebruikte tijdseenheid achter t .

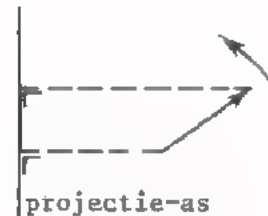
SAMENVATTING

- Een sinusvormige wisselspanning of wisselstroom heeft een grafische voorstelling, die verloopt als de grafiek van de sinus van een hoek.
- De topwaarde U_{e} van een sinusvormige wisselspanning noemt men de *amplitude*.
- Ook bij een sinusvormige wisselspanning is de *frequentie* f het aantal perioden per seconde.



$$f = \frac{1}{T}$$

- Als een "lijnstuk" gelijkmatig ronddraait, verandert de grootte van zijn projectie sinusvormig. Daarom kan zo'n ronddraaiend lijnstuk een sinusvormige wisselspanning voorstellen. Dit is de z.g. *vectorvoorstelling*.



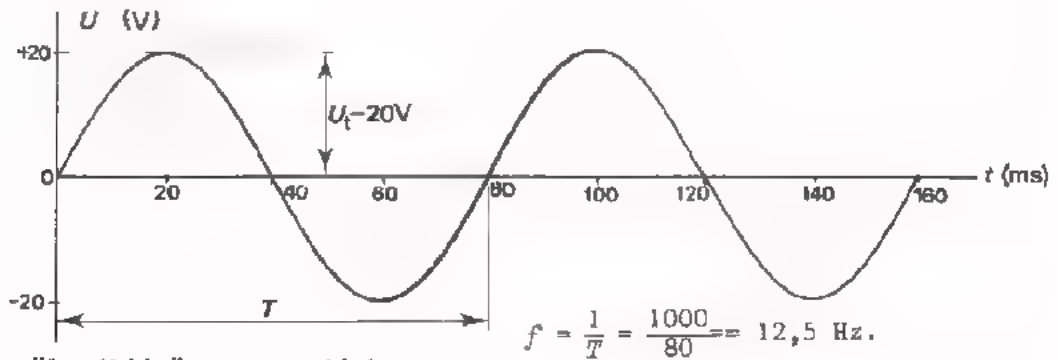
- De *hoeknelheid* ω van een sinusvormige wisselspanning is de hoek die de vector per seconde doorloopt.

$$\omega = \frac{\text{aantal radialen van een omwenteling}}{2\pi} \times \frac{\text{het aantal omwentelingen per seconde}}{f}$$

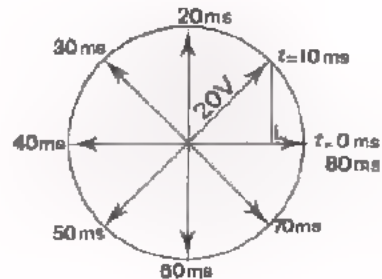
Dus: $\omega = 2\pi f$

De waarde van een sinusvormige wisselspanning kan men op vier manieren geven. In volgende voorbeelden heeft deze wisselspanning telkens een amplitude van 20 V en een frequentie van 12,5 Hz.

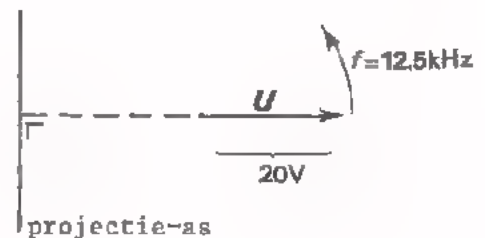
- In een *grafiek*.



- Als "loodlijn" van een linksomdraaiende straal van een *cirkel*. De lengte van de straal is dan een maat voor de amplitude U_t en de snelheid waarmee de straal ronddraait voor de frequentie.



- Door een "momentopname" van de stand van een *vector*. De projectie van de vector op een projectie-as is een maat voor de momentele waarde van de wisselspanning.



- In *formule*:

$$u = U_t \cdot \sin 2\pi ft$$

of ook

$$u = U_t \cdot \sin \omega t$$

U_{mom} = momentele waarde van de spanning

U_t = de amplitude

f = de frequentie

ω = hoekfrequentie

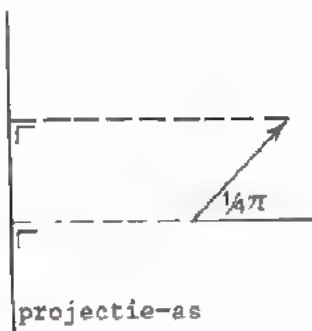
t = tijd.

NAAM:

KLAS:

OEFENINGEN

1.



Door middel van deze vector is een sinusvormige wisselspanning voorgesteld met een amplitude van 10 V.

Hoe groot is de momentele waarde in de getekende stand?

$$u = \boxed{}$$

2. Een sinusvormige wisselspanning wordt in formule-vorm gegeven als:

$$u = 40 \cdot \sin 1000 \pi t \quad (\text{mV})$$

Van deze wisselspanning is de:

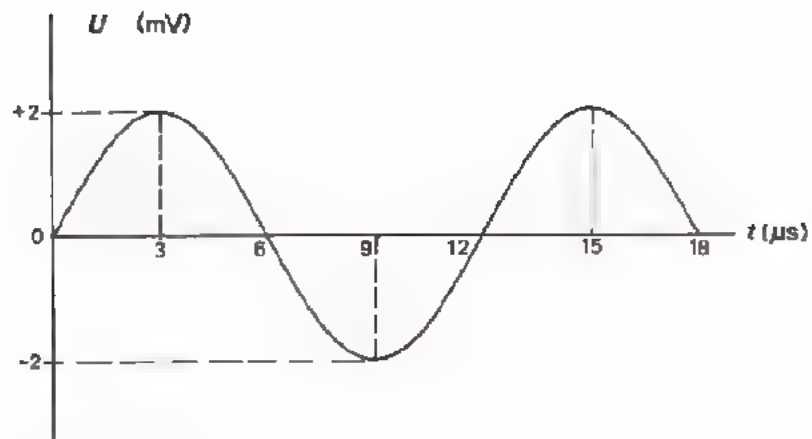
- amplitude U_t =
- frequentie f =
- hoekfrequentie ω =

momentele waarde op het tijdstip

- $t = 1 \text{ ms}$:
- $t = \frac{1}{2} \text{ ms}$:
- $t = \frac{1}{4} \text{ ms}$:
- $t = \frac{2}{3} \text{ ms}$:
- $t = \frac{5}{12} \text{ ms}$:

Raadpleeg zonodig een tabel.

3.



Van deze wisselspanning is:

de periodetijd T =

de frequentie f =

de hoekfrequentie ω =

de amplitude U_t =

de momentele waarde
op tijdstip $t = 6 \mu\text{s}$ =

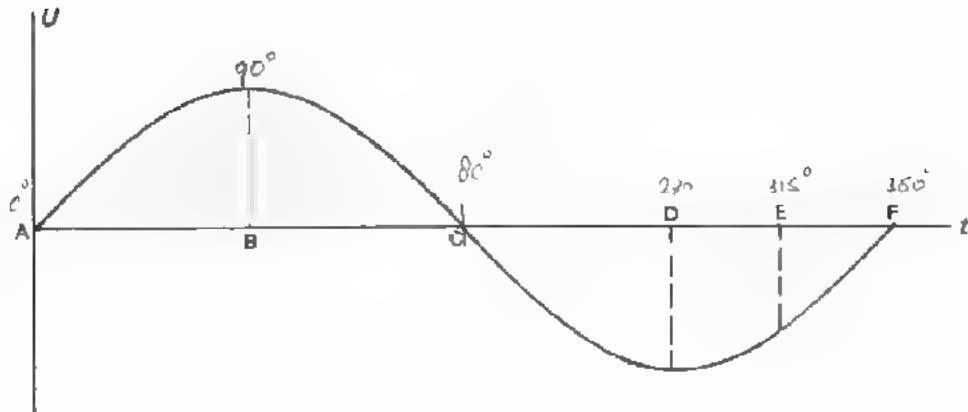
de momentele waarde
op tijdstip $t = 1 \mu\text{s}$ =

de momentele waarde
op tijdstip $t = 8 \mu\text{s}$ =

NAAM:

KLAS:

4.



Hier is het verloop van een sinusvormige wisselspanning voorgesteld.

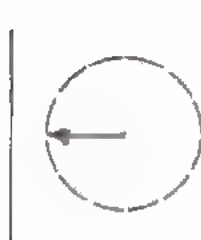


Dit is de vectorvoorstelling van deze spanning op het tijdstip A.

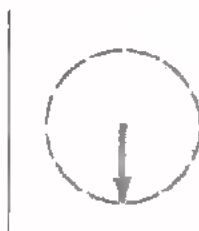


En dit op het tijdstip B.

Teken hieronder de vectorvoorstellingen op de tijdstippen C, D, E en F.



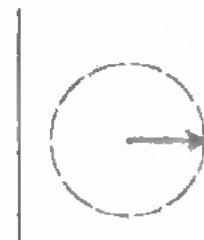
moment C



moment D



moment E

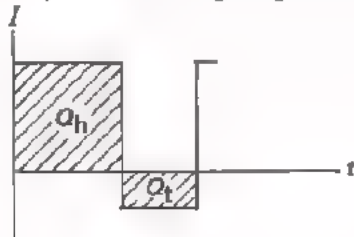


moment F

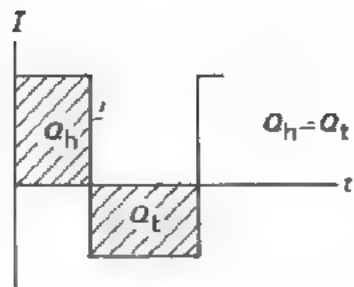
A 31 DE GEMIDDELTE WAARDE VAN SINUSVORMIGE STROMEN EN SPANNINGEN

DE GEMIDDELTE WAARDE

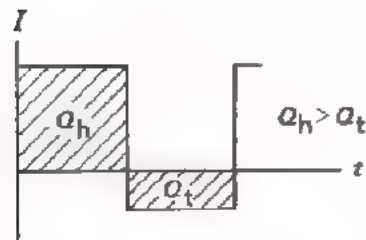
Al eerder hebben we het gehad over de gemiddelde waarden van wisselstromen en pulserende gelijkstromen. Een korte herhaling.



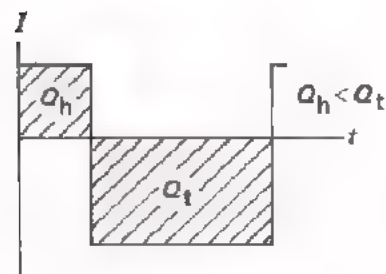
Het oppervlak $I \times t$ boven de t -as is gelijk aan de *heenstromende* lading Q_h . Het oppervlak beneden de t -as is gelijk aan de *terugstromende* lading Q_t .



Bij een *zuivere* wisselstroom is per periode de heenstromende lading Q_h gelijk aan de terugstromende lading Q_t . Gemiddeld is er dus in een periode geen lading verplaatst.



Bij een *onzuivere* wisselstroom is de lading die per periode heenstroomt groter dan de lading die terugstroomt of omgekeerd. In het ene geval is er *gemiddeld* sprake van een heenstromende lading. In het andere geval van een terugstromende lading.

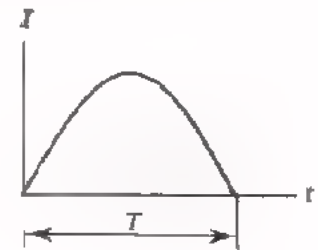


De gemiddelde waarde van een stroom is te bepalen als:

$$I_{\text{GEM}} = \frac{Q_h - Q_t}{T} = \frac{\text{opp. boven} - \text{opp. onder } t\text{-as}}{\text{periodetijd}}$$

DE GEMIDDELDE WAARDE VAN EEN HALVE PERIODE VAN EEN SINUSVORMIGE WISSELSTROOM

De gemiddelde waarde van een sinusvormige wisselstroom is nul. De gemiddelde waarde van een halve positieve - of negatieve - periode van de sinusvormige wisselstroom is niet gelijk aan nul. Het is in de elektrotechniek van groot belang de gemiddelde waarde van zo'n halve sinus te kennen. Tot nu toe hebben we bij het bepalen van de heen- en teruggaande lading geen grote moeilijkheden ondervonden.



We hebben ons immers beperkt tot het oppervlak van een rechthoek, driehoek of cirkel en dat is gemakkelijk te berekenen. Bij een halve sinus kunnen we het oppervlak bij benadering wel vinden. We gaan dan als volgt te werk:

Op het volgend blad is nauwkeurig een halve sinus geconstrueerd met behulp van een cirkel. Het oppervlak van deze figuur is verdeelt in kleine vierkantjes. In onze tekening is dit oppervlak 10 vakjes hoog en deze hoogte komt overeen met een amplitude $I_t = 1$ A. Verder is het oppervlak 12 vakjes breed en dit komt overeen met de tijdsduur t die de stroom loopt.

De grootte van het oppervlak is nu te bepalen door het totaal aantal hokjes te tellen. Hierbij moet u de "niet-gehele" hokjes zo goed mogelijk schatten en in rekening brengen.

Tel nu het aantal hokjes:

hokjes

U vindt nu ongeveer 76 hokjes. De gemiddelde waarde van de stroom is nu:

$$I_{GEM} = \frac{\text{oppervlak boven } t\text{-as}}{\text{tijd}}$$

$$= \frac{76 \text{ hokjes}}{12 \text{ hokjes}} \approx 6\frac{1}{3} \text{ hokjes.}$$

De amplitude $I_t = 10$ hokjes = 1 A.

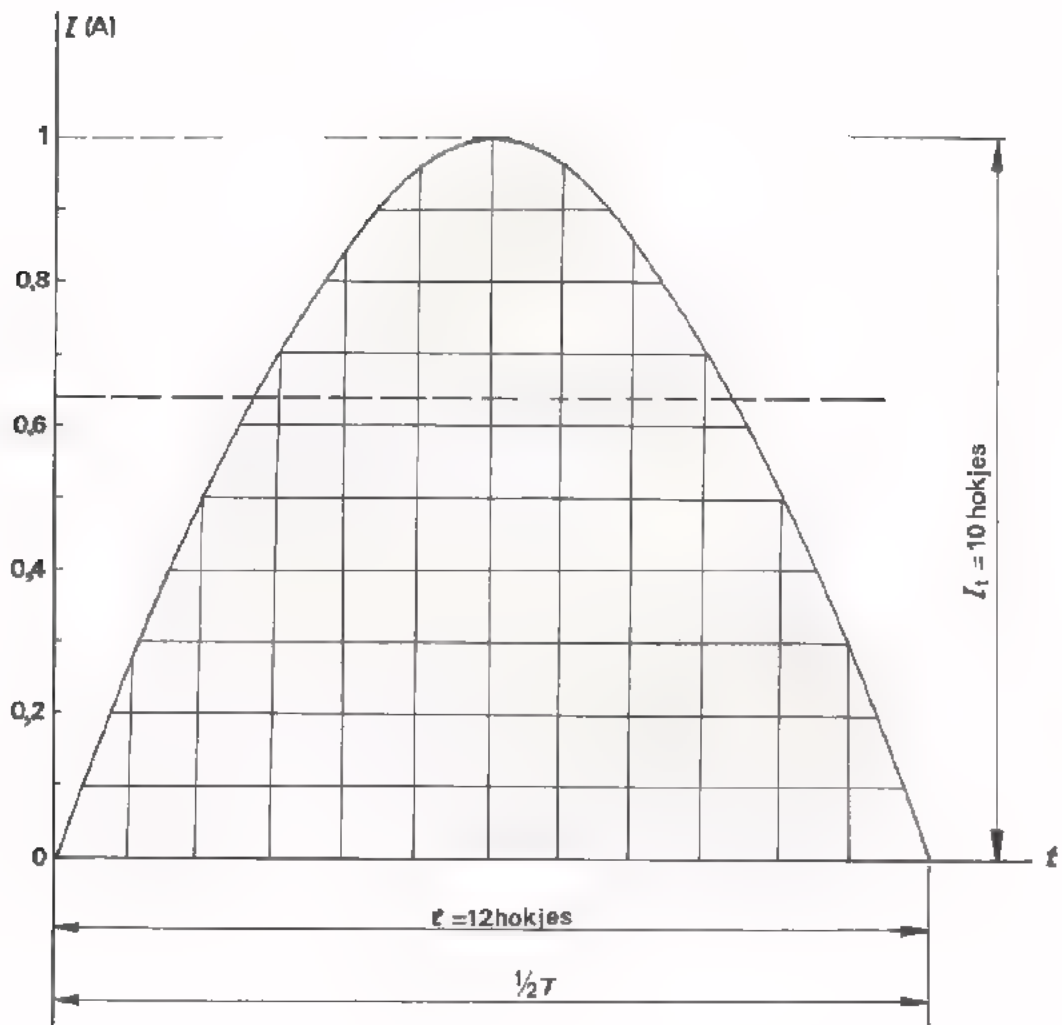
$I_{GEM} \approx 6\frac{1}{3}$ hokje komt overeen met 0,633 A.

Hieruit volgt: $\frac{I_{GEM}}{I_t} = \frac{0,633}{1}$ of $I_{GEM} \approx 0,633 I_t$.

Met behulp van de wiskunde kan men schrijven:

$$I_{GEM} = \frac{2}{\pi} I_t \approx 0,64 I_t$$

Dit laatste moet u onthouden.



De gemiddelde waarde over een halve periode van een sinusvormige wisselstroom:

$$I_{\text{GEM}} = \frac{2}{\pi} I_t \approx 0,64 I_t$$

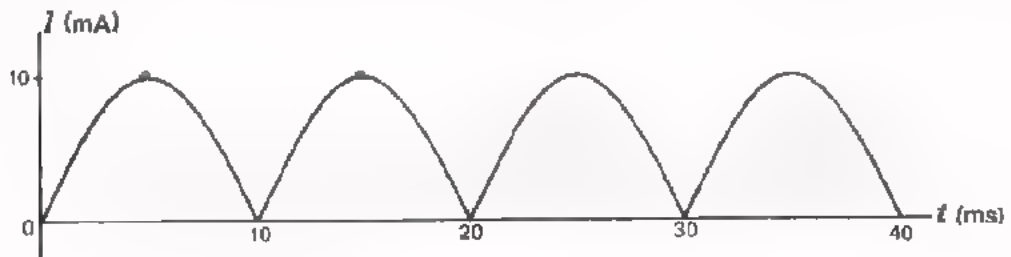
Voor de gemiddelde waarde over een halve periode van een sinusvormige wisselspanning geldt evenzo:

$$U_{\text{GEM}} = \frac{2}{\pi} U_t \approx 0,64 U_t$$

OEFENINGEN

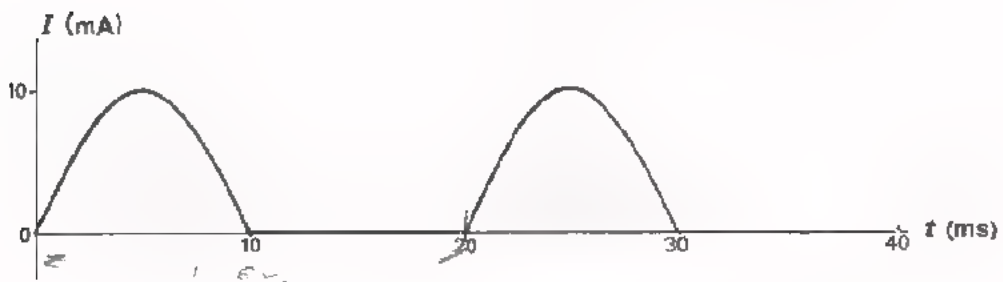
Hoe groot is I_{gem} bij onderstaande pulserende gelijkstromen? Vermeld tevens de periodetijd en de frequentie. De kromme lijnen in de figuren zijn telkens delen van een sinusoïde. Laat π in de uitkomsten staan.

1.



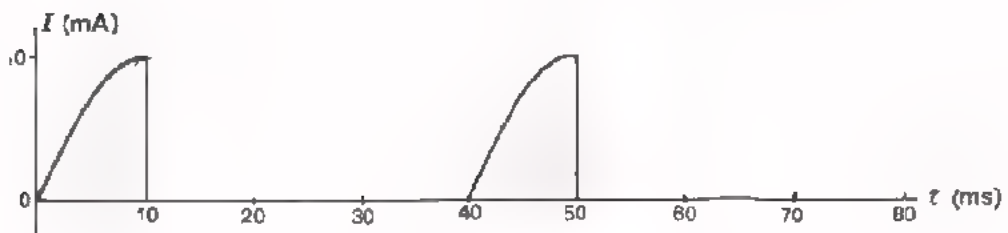
$I_{GEM} =$
 $T =$
 $f =$

2.



$I_{GEM} =$
 $T =$
 $f =$

3.



$I_{GEM} =$
 $T =$
 $f =$

DE EFFECTIEVE WAARDE

Zoals bekend, verhit een elektrische gelijkstroom de geleider waar hij door gaat. Voor gelijkstroom is het ontwikkeld vermogen:

$$P = RI^2 = U.I = \frac{U^2}{R} \dots\dots\dots (W).$$

De hierdoor ontwikkelde warmte is per seconde:

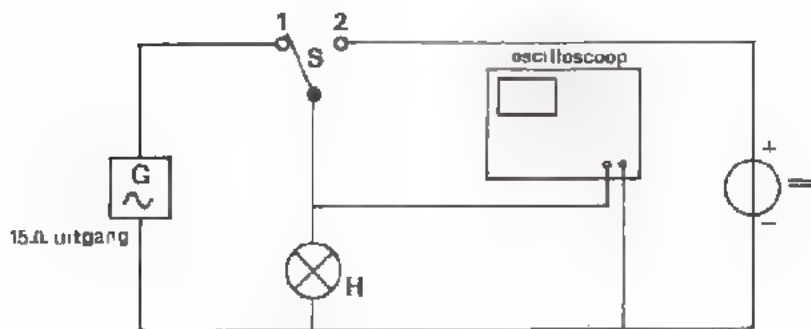
$$P = 0,24 RI^2 = 0,24 U.I = 0,24 \frac{U^2}{R} \dots\dots\dots (\text{cal/s}).$$

Ook een wisselstroom ondervindt wrijving in een geleider, zodat ook wisselstroom de geleider verhit. Het doet er daarbij niet toe of de stroom heen- of terugloopt. Zowel een positieve als een negatieve stroom verhit een geleider. Een zuivere wisselstroom heeft een gemiddelde waarde nul, maar verhit een geleider zowel tijdens het positieve als het negatieve deel van een periode.

Men zou dit kunnen vergelijken met een liniaal waarmee men over de mouw van een jas wrijft. Bij de heen en weer gaande beweging blijft de liniaal gemiddeld op zijn plaats, maar zowel bij de heen- als bij de teruggaande beweging wordt er door wrijving warmte ontwikkeld.

Hoe groot is nu de ontwikkelde warmte bij een wisselstroom? Zal een wisselspanning met een amplitude U_t van 3 V een weerstand even sterk verhitten als een gelijkspanning van 3 V? Speelt de frequentie van de wisselspanning daarbij nog een rol? We kunnen antwoord krijgen op deze vragen door een eenvoudig proefje met een gloeilampje. Een gloeilamp is een weerstand die door een stroom zo sterk wordt verhit dat hij gaat gloeien. Bij de volgende proef laten wij een gloeilampje beurtelings branden op een gelijk- en een wisselspanning. We stellen daarbij de wisselspanning zo in, dat het lampje *even sterk* gloeit als op de gelijkspanning. Als we de gelijkspanning en ook de wisselspanning meten, dan weten we de waarde van de wisselspanning U_t , die het lampje *even sterk* laat gloeien als de gemeten waarde van de gelijkspanning. Bovendien zullen we dit proefje bij verschillende frequenties doen.

OPDRACHT: "VERHITTING DOOR WISSEL- EN GELIJKSTROOM"



- Bouw deze schakeling op het oefenpaneel.
- Zet de schakelaar in stand 1, Stel de generator in op $f = 200$ Hz en laat de wisselspanning afnemen totdat het lampje nog net gloeit. Maak drie perioden van de wisselspanning zichtbaar op de oscilloscoop. Stel de oscilloscoop zo in, dat de top tot top-waarde zo groot mogelijk is.

$U_{tt} = 2 U_t$ is nu precies: div
 U_t is dus: div
 U_t is gelijk aan: V

- Zet S in stand 2. Laat de spanning afnemen tot het lampje *even sterk* gloeit als tevoren bij de wisselspanning. U kunt dit controleren door S enige malen om te schakelen van stand 2 in stand 1 en terug.
- Meet met behulp van de scoop hoeveel cm de lijn op het scherm verspringt door het toevoeren van de gelijkspanning.

Hieruit volgt:

U komt overeen met:
 U is gelijk aan: V

We weten nu dat een wisselspanning met $U_t =$
het lampje even sterk doet gloeien als
een gelijkspanning van $U =$

V

V

- Bereken nu de verhouding:

$$\frac{U}{U_t} = \text{-----} = 0,8$$

of $U = \text{-----} U_t$

Volgens een ingewikkelde berekening met behulp van de wiskunde kan men aantonen, dat:

$$U = \frac{1}{2} \sqrt{2} U_t = 0,707 U_t$$

CONCLUSIE

Een sinusvormige wisselspanning met een amplitude U_t verhit een weerstand even sterk als een gelijkspanning U die gelijk is aan $\frac{1}{2} \sqrt{2}$ ($\approx 0,7$) maal deze amplitude U_t .

Een sinusvormige wisselstroom met $I_t = 10$ mA verhit een weerstand even sterk als een gelijkstroom van 7,07 mA.

- Zet S in stand 1 en varieer de frequentie van de toegevoerde wisselspanning. Houd U_t daarbij constant. Ga nu na of verandering van de frequentie het lampje feller of minder fel doet gloeien.

CONCLUSIE

Een sinusvormige wisselstroom verhit een geleider. De verhitting hangt *wel* af van de amplitude, maar *niet* van de frequentie van de wisselstroom.

DE EFFECTIEVE WAARDE VAN SINUSVORMIGE WISSELSPANNING EN WISSELSTROOM

We hebben de waarde gevonden van de gelijkstroom, die een weerstand even sterk verhit als een gegeven wisselstroom:

$$I = 0,707 I_t$$

Evenzo geldt voor de wisselspanning:

$$U = 0,707 U_t$$

De waarde van de gelijkspanning of -stroom, die evenveel verhitting veroorzaakt als een gegeven wisselspanning of -stroom, noemt men de *effectieve waarde* van deze wisselspanning of -stroom.

We kunnen dus zeggen dat voor *sinusvormige* wisselspanning en -stroom geldt:

$$U_{\text{eff}} = \frac{1}{2} \sqrt{2} U_t = 0,707 U_t \quad \text{en} \quad I_{\text{eff}} = \frac{1}{2} \sqrt{2} I_t = 0,707 I_t$$

Het is gebruikelijk bij sinusvormige wisselspanning en -stroom altijd de effectieve waarde op te geven:

- een netspanning van 220 V wil zeggen dat $U_{\text{eff}} = 220 \text{ V}$,
- smeltveiligheden van 10 A zullen doorsmelten als I_{eff} groter wordt dan 10 A,
- het aantal volt en (milli)ampere dat een universeelinstrument aanwijst in de "--stand", is voor *sinusvormige* spanningen en stromen de effectieve waarde.

OEFENINGEN

1. Als voor de netspanning geldt $U_{\text{eff}} = 220 \text{ V}$, dan is $U_t =$ V
2. Een smeltveiligheid van 6 A is berekend op een sinusvormige wisselstroom met een amplitude van maximaal:
 $I_t =$ A
3. Op een soldeerbout voor 8 V sluit men een wisselspanning aan met een amplitude van:
 $U_t =$ V
4. Een gelijkrichtcel kan hoogstens een wisselspanning met een top tot top-waarde $U_{\text{tt}} = 1000 \text{ V}$ verwerken.
Hij kan dan hoogstens een sinusvormige wisselspanning verwerken met een effectieve waarde van:
 $U_{\text{eff}} =$ V

HET PRAKTISCH BELANG VAN DE EFFECTIEVE WAARDE

We hebben gezien dat men meestal de effectieve waarde van stromen en spanningen opgeeft. Waarom doet men dat?

Het gebruik van de effectieve waarde is handig in de praktijk. Zeer vaak maakt men n.l. gebruik van de eigenschap dat een elektrische stroom een geleider verhit. Door de effectieve waarde van de wisselspanning op te geven weet men dan onmiddellijk dat het *effect* even groot is als van een gelijkstroom of -spanning met dezelfde waarde als deze effectieve.

Voorbeelden.

- Een gloeilamp voor $U_{\text{eff}} = 110 \text{ V}$ kan men ook gebruiken met een gelijkspanning van 110 V.
- Een soldeerbout voor $U_{\text{eff}} = 12 \text{ V}$ kan men ook aansluiten op een accu van 12 V.
- Een fietslampje voor $U_{\text{eff}} = 6 \text{ V}$ kan ook worden aangesloten op een accu van 6 V.

In sommige gevallen is de topwaarde van belang. Bij een snoer bestemd voor een netspanning van 220 V moet men er aan denken, dat de isolatie berekend moet zijn voor de topwaarde van $220 \sqrt{2} = 315 \text{ V}$.

HET WISSELSTROOMVERMOGEN IN EEN WEERSTAND

Het door gelijkstroom in een weerstand ontwikkelde vermogen is zoals bekend:

$$P = R \cdot I^2 = U \cdot I = \frac{U^2}{R}$$

Omdat de effectieve waarde van een wisselstroom niets anders is dan een gelijkstroomwaarde die hetzelfde vermogens-effect heeft, mogen we bij een wisselstroom zeggen:

$$P = R I_{\text{eff}}^2 = U_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}} = \frac{U_{\text{eff}}^2}{R}$$

Aangezien voor *sinusvormige* stromen en spanningen $I_{\text{eff}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot I_t$ en $U_{\text{eff}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot U_t$, kan men dan voor het wisselstroomvermogen ook schrijven:

$$P = R \cdot I_{\text{eff}}^2 = R \left(\frac{1}{\sqrt{2}} I_t \right)^2 = R \cdot \frac{1}{4} \cdot 2 \cdot I_t^2 = \frac{1}{2} R \cdot I_t^2$$

$$\text{of } P = \frac{1}{2} R \cdot I_t^2$$

$$P = U_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}} = \frac{1}{\sqrt{2}} U_t \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} I_t = \frac{2}{4} U_t \cdot I_t = \frac{1}{2} U_t \cdot I_t$$

$$\text{of } P = \frac{1}{2} U_t \cdot I_t$$

$$P = \frac{U_{\text{eff}}^2}{R} = \frac{\left(\frac{1}{\sqrt{2}} U_t \right)^2}{R} = \frac{2}{4} \frac{U_t^2}{R} = \frac{1}{2} \frac{U_t^2}{R}$$

$$\text{of } P = \frac{1}{2} \frac{U_t^2}{R}$$

OEFENING

Bereken de vermogens in onderstaande tabel.

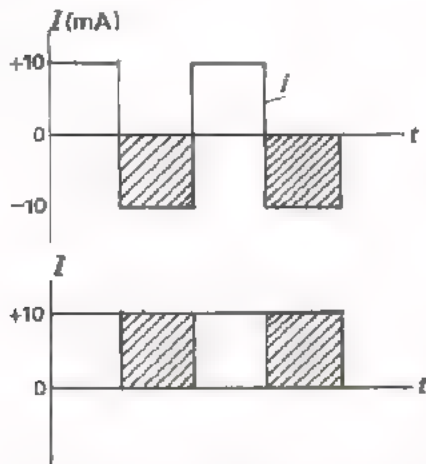
$R = 1 \text{ k}\Omega, I_{\text{eff}} = 10 \text{ mA}$	$P =$
$I_{\text{eff}} = 100 \text{ }\mu\text{A}, U_{\text{eff}} = 10 \text{ V}$	$P =$
$R = 200 \text{ }\Omega, U_{\text{eff}} = 4 \text{ V}$	$P =$
$I_t = 1 \text{ A}, R = 100 \text{ }\Omega$	$P =$
$U_t = 220 \text{ V}, R = 10 \text{ k}\Omega$	$P =$
$U_t = 5 \text{ V}, I_t = 20 \text{ mA}$	$P =$

DE EFFECTIEVE WAARDE VAN NIET-SINUSVORMIGE STROMEN EN SPANNINGEN

$I_{\text{eff}} = \frac{1}{\sqrt{2}} I_t$ en $U_{\text{eff}} = \frac{1}{\sqrt{2}} U_t$ geldt *alleen* voor *sinusvormige* stromen en spanningen.

Voor andere wisselstromen en -spanningen geldt dit *niet*. Hoe groot de effectieve waarde dan wel precies is, is meestal niet van belang. Bovendien is een preciese berekening van de effectieve waarde dan vaak zeer moeilijk. Om deze redenen gaan wij niet verder in op het berekenen van de effectieve waarde van die stromen en spanningen. We beperken ons tot enkele gemakkelijke voorbeelden en geven enige vuistregels om de effectieve waarde globaal te schatten.

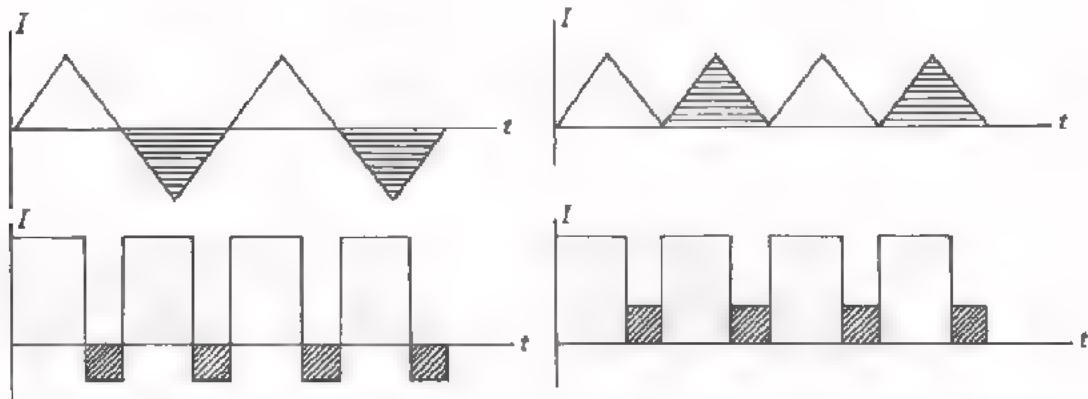
VOORBEELDEN



Een stroom in de ene richting ontwikkelt net zoveel warmte als een even grote stroom in de andere richting. Vandaar dat de effectieve waarde van deze stroom *i* even groot is als die van een stroom *I*. De negatieve stukken zijn "naar boven omgeklapt".

$$I_{\text{eff}} = 10 \text{ mA.}$$

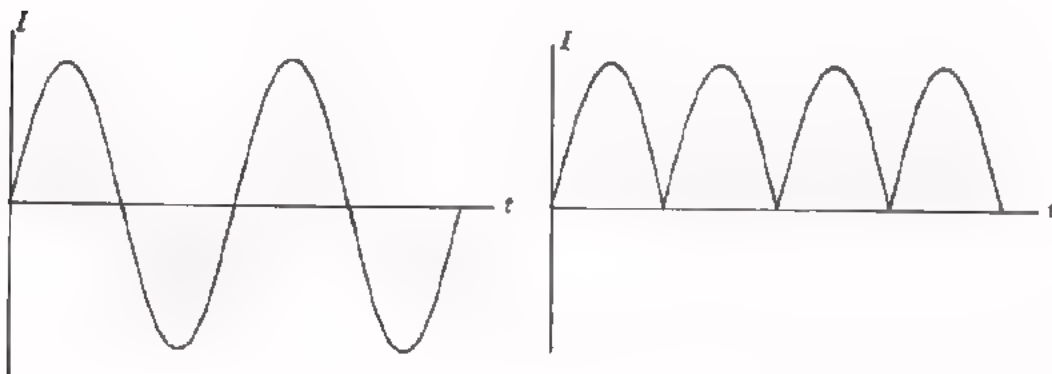
Ook in de beide volgende voorbeelden zijn de negatieve stukken "omgeklapt". De effectieve waarden in de linker en rechter grafiek zijn dezelfde.



We vinden zo een eerste vuistregel:

Door omklappen van het negatieve stuk verkrijgt men een pulserende gelijkstroom die een even grote effectieve waarde heeft als de oorspronkelijke wisselstroom.

Dit regeltje kunnen we natuurlijk ook toepassen op een sinusvormige stroom.



We weten dat voor een sinusvormige stroom na het "omklappen" geldt:

$$\begin{aligned} I_{\text{GEM}} &= \frac{2}{\pi} I_t = 0,64 I_t \\ I_{\text{EFF}} &= \frac{1}{2} \sqrt{2} I_t = 0,707 I_t \\ I_{T+} &= I_t \end{aligned}$$

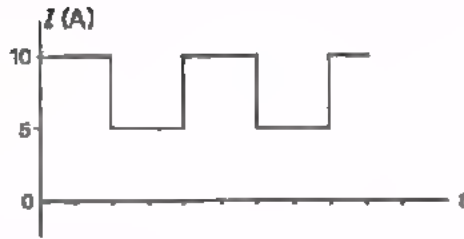
Van de pulserende gelijkstroom in de rechter figuur ligt de effectieve waarde dus tussen de gemiddelde waarde en de maximum waarde. Dit nu blijkt voor alle pulserende gelijkstromen op te gaan.

We krijgen zo een tweede vuistregel:

De effectieve waarde van een pulserende gelijkstroom of -spanning ligt tussen de gemiddelde waarde en de maximum waarde in. Verder ligt de effectieve waarde dichterbij de gemiddelde waarde dan bij de maximum waarde, zoals uit nog volgende voorbeelden zal blijken.

Op het volgende blad geven we enige voorbeelden van veel voorkomende stroom- en spanningsvormen. Daarbij is de maximum waarde en de gemiddelde waarde gegeven. Deze laatste kunnen we in deze gevallen ook berekenen, zie vorige les A30. Bovendien is de effectieve waarde telkens aangegeven ter kennisname; berekening zou te ver voeren. Bestudeer deze voorbeelden goed!

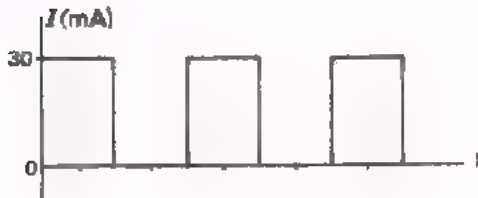
VOORBEELDEN



$$I_{\text{GEM}} = 7,5 \text{ A}$$

$$I_{\text{EFF}} = 7,9 \text{ A}$$

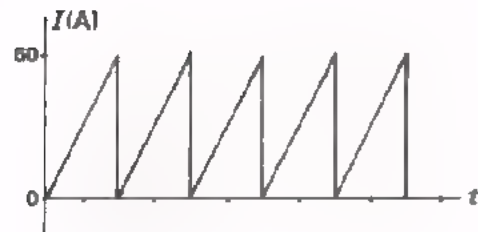
$$I_{\text{T+}} = 10 \text{ A}$$



$$I_{\text{GEM}} = 20 \text{ mA}$$

$$I_{\text{EFF}} = 24,5 \text{ mA}$$

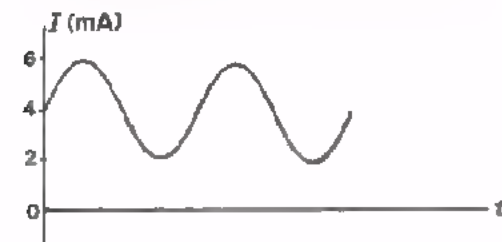
$$I_{\text{T+}} = 30 \text{ mA}$$



$$I_{\text{GEM}} = 30 \text{ A}$$

$$I_{\text{EFF}} = 34,6 \text{ A}$$

$$I_{\text{T+}} = 60 \text{ A}$$



$$I_{\text{GEM}} = 4 \text{ mA}$$

$$I_{\text{EFF}} = 4,25 \text{ mA}$$

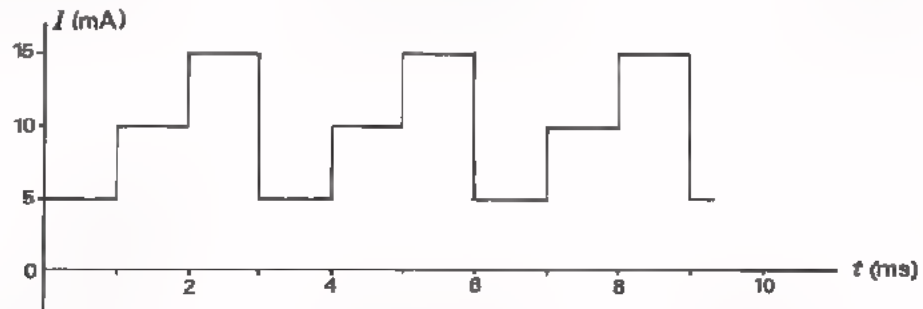
$$I_{\text{T+}} = 6 \text{ mA}$$

Het enige praktische belang van het schatten van de effectieve waarde is het volgende:

Het komt nogal eens voor dat door een weerstand een niet-sinusvormige wisselstroom of een pulserende gelijkstroom loopt. Men moet dan ongeveer kunnen schatten hoe groot het aan deze weerstand toegevoerde elektrische vermogen is. Immers, pas als men P globaal kan schatten kan men een weerstand van het juiste vermogen kiezen. Het zal duidelijk zijn dat een nauwkeurige berekening van de effectieve waarde daarbij van weinig belang is.

OEFENING

Tussen welke waarden ligt de effectieve waarde van onderstaande stroom?



I_{eff} ligt tussen mA en mA in.

I_{eff} is te schatten op mA.

Als deze stroom door een weerstand van 1 k Ω moet lopen, zal dit een weerstand van minstens W moeten zijn.

- U kiest een weerstand van:
- $\frac{1}{10}$ W
 - $\frac{1}{4}$ W
 - $\frac{1}{2}$ W
 - 1 W

Opmerking:

In deze les hebben we u geleerd hoe u een schatting moet maken van de effectieve waarde. Voor sommigen is dit wellicht wat onbevredigend; daarom geven we hier een berekeningsmethode:

Het vermogen dat in een weerstand gaat zitten is gegeven door $P = I^2 R$. Dit geldt zowel voor gelijkstroom als voor wisselstroom; alleen moet in het laatste geval het gemiddelde van $I^2 R$ bepaald worden.

Daarom geldt: $(I_{eff})^2 = (I^2)_{gem}$
 waarbij voor I elke willekeurige stroom genomen mag worden.
 Voorbeeld voor een sinusvormige wisselstroom: $I = I_t \sin wt$

$$(I_{eff})^2 = (I_t \sin wt)^2_{gem}$$

$$(I_{eff})^2 = I_t^2 (\sin^2 wt)_{gem}$$

$$(I_{eff})^2 = I_t^2 \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2wt \right)_{gem}$$

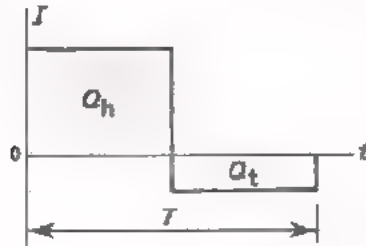
$$(I_{eff})^2 = \frac{1}{2} I_t^2; \left(\frac{1}{2} \cos 2wt \text{ is gemiddeld } 0 \right)$$

$$\text{zodat } I_{eff} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot I_t = \frac{1}{2} \sqrt{2} I_t = 0,707 I_t$$

Op overeenkomstige wijze kan de effectieve waarde van wisselspanningen worden bepaald.

SAMENVATTING

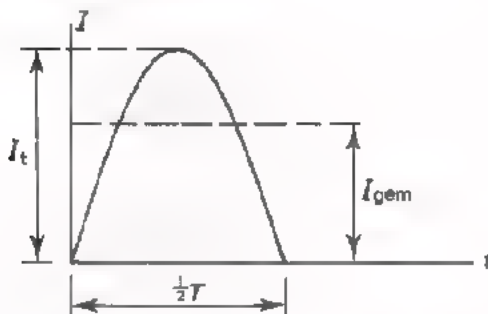
- In een grafiek van de stroom en de tijd is het oppervlak tussen de I -lijn en de t -as gelijk aan de voortbewegende lading. Het oppervlak *boven* de t -as geeft de *heengaande* lading Q_h . Het oppervlak *beneden* de t -as geeft de *teruggaande* lading Q_t .
- De *gemiddelde waarde* van een stroom is te bepalen door voor een periode de lading $Q_h - Q_t$ te bepalen en deze te delen door de periodetijd T .



$$I_{\text{GEM}} = \frac{Q_h - Q_t}{T}$$

$$= \frac{\text{opp. boven } t\text{-as} - \text{opp. beneden } t\text{-as}}{\text{periodetijd}}$$

- De gemiddelde waarde van een *halve* periode van een *sinusvormige* wisselstroom bedraagt:



$$I_{\text{gem}} = \frac{2}{\pi} I_t$$

$$= 0,64 I_t$$

- Een draaispoelinstrument meet van een onzuivere wisselstroom of van een pulserende gelijkstroom de gemiddelde waarde I_{GEM} .
- De *effectieve waarde* van een veranderlijke stroom of spanning is de waarde van de gelijkstroom of gelijkspanning, die een weerstand even sterk verhit; of die hetzelfde verhittingseffect heeft.
- Voor gelijkstroom en gelijkspanning geldt:

$$P = R \cdot I^2 = U \cdot I = \frac{U^2}{R}$$

Net zo geldt voor veranderlijke stroom of spanning:

$$P = R \cdot I_{\text{EFF}}^2 = U_{\text{EFF}} \cdot I_{\text{EFF}} = \frac{U_{\text{EFF}}^2}{R}$$

- De warmte-ontwikkeling in cal/s volgt uit:

$$P = 0,24 R \cdot I_{\text{EFF}}^2 = 0,24 U_{\text{EFF}} \cdot I_{\text{EFF}} = 0,24 \frac{U_{\text{EFF}}^2}{R}$$

- Voor sinusvormige stromen en spanningen geldt:

$$I_{\text{eff}} = \frac{1}{\sqrt{2}} I_t = 0,707 I_t$$

$$U_{\text{eff}} = \frac{1}{\sqrt{2}} U_t = 0,707 U_t$$

- Hieruit volgt dat het vermogen voor sinusvormige stromen en spanningen is te schrijven als:

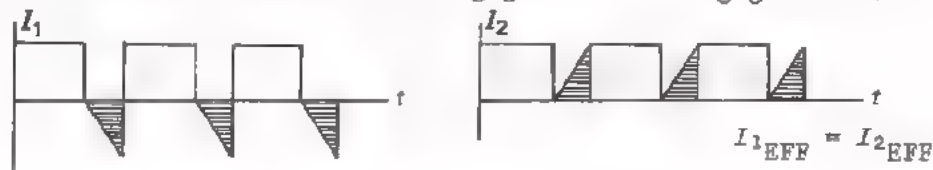
$$P = \frac{1}{2} I_t^2 \cdot R = \frac{1}{2} U_t \cdot I_t = \frac{U_t^2}{R}$$

- Een stroom die in de ene richting door een weerstand gaat ontwikkelt evenveel warmte als dezelfde stroom in de andere richting.



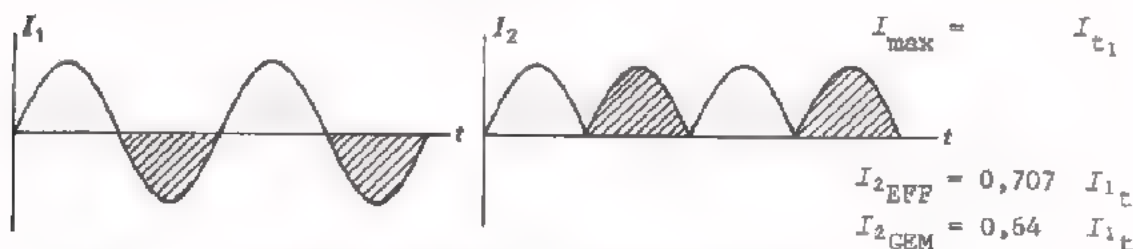
De effectieve waarden van deze stromen zijn dezelfde.

- Gebruik makend hiervan kan men altijd een pulserende gelijkstroom vinden, die evenveel warmte-ontwikkeling geeft als een gegeven wisselstroom.



Men hoeft de negatieve stroomimpulsen slechts "om te klappen",

- Voor sinusvormige wisselstroom geldt:



- Voor een willekeurige pulserende gelijkstroom geldt:

$$I_{\text{EFF}} \text{ ligt tussen } I_{\text{GEM}} \text{ en } I_{\text{T+}} \text{ in,}$$

$$\text{dichter bij } I_{\text{GEM}} \text{ dan bij } I_{\text{T+}}.$$

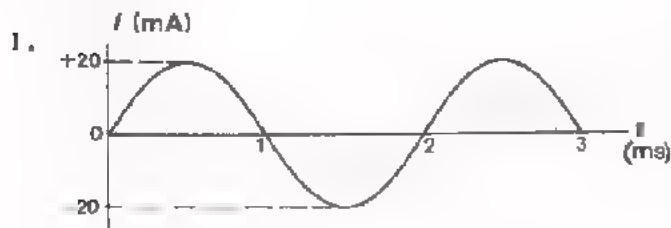
- De effectieve waarde van een wisselstroom kan men schatten door:
 1. De negatieve stukken "om te klappen", zodat men een pulserende gelijkstroom met even grote effectieve waarde verkrijgt.
 2. Van de pulserende gelijkstroom I_{GEM} en $I_{\text{T+}}$ te bepalen; tussen deze waarden in ligt dan I_{EFF} dichter bij I_{GEM} dan bij $I_{\text{T+}}$.

NAAM:

KLAS:

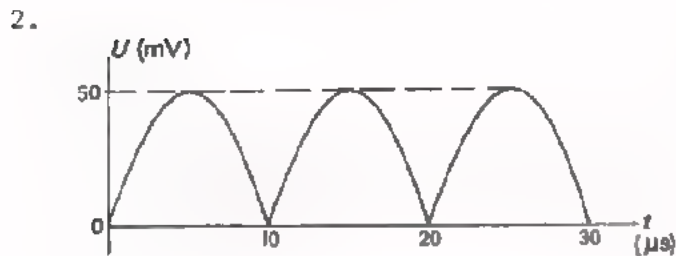
OEFENINGEN

Bepaal van volgende stromen en spanningen de gemiddelde en de effectieve waarde. Alle stroom- en spanningvormen bestaan uit hele, halve of kwart sinusoiden.



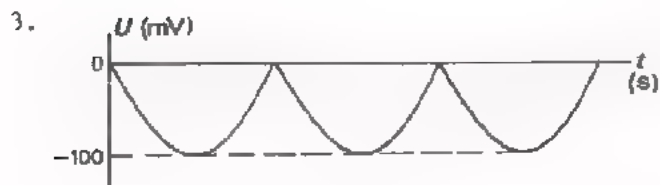
$I_{gem} =$

$I_{eff} =$



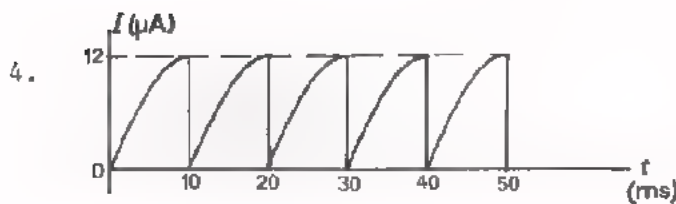
$U_{GEM} =$

$U_{EFF} =$



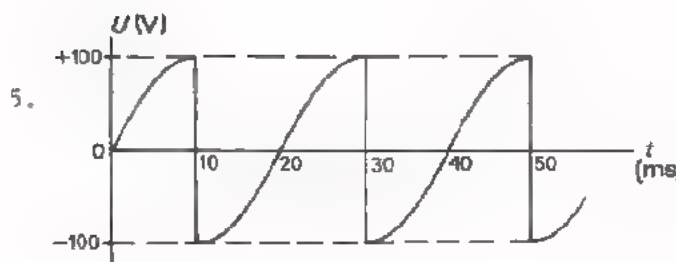
$U_{GEM} =$

$U_{EFF} =$



$I_{GEM} =$

$I_{EFF} =$

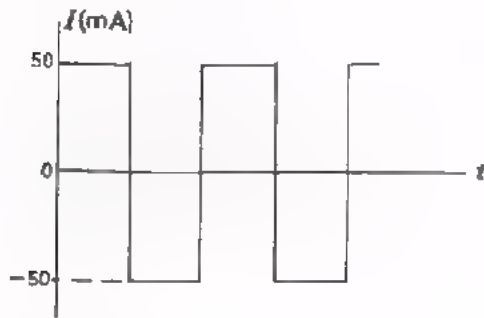


$U_{gem} =$

$U_{eff} =$

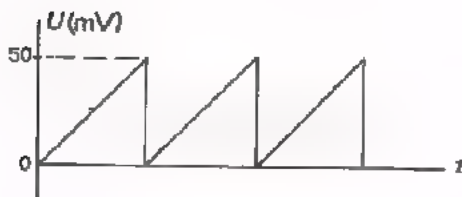
Bepaal of schat zo goed mogelijk van volgende stromen en spanningen de effectieve waarde:

6.



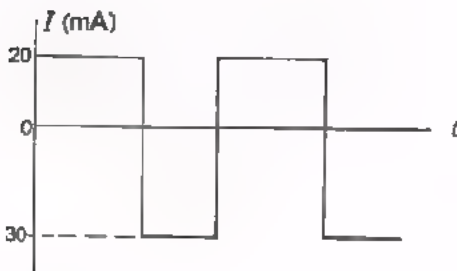
$$I_{\text{eff}} =$$

7.



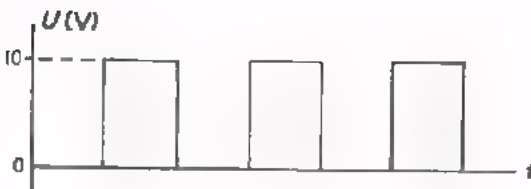
$$U_{\text{EFF}} \approx$$

8.



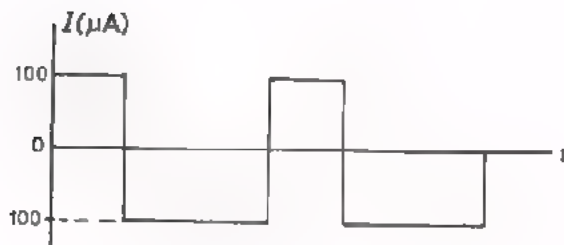
$$I_{\text{eff}} \approx$$

9.



$$U_{\text{EFF}} \approx$$

10.



$$I_{\text{eff}} \approx$$

Het wordt weer tijd om de voorafgaande stof nog eens kort samen te vatten. In deze les herhalen we de grondbeginselen van de wisselstroomtheorie die vanaf les A24 behandeld zijn. In les A33 volgt dan weer een test.

U moet er zich duidelijk van bewust zijn dat u dankzij de lessen en het maken van huiswerk reeds aardig goed op de hoogte bent van de leerstof.

Werk deze herhalingsles aandachtig door. Probeer vooral te achterhalen wat u nog niet zo goed begrepen heeft. Vraag uw leraar om nadere uitleg.

Bestudeer thuis de *samenvattingen* van de lessen nog eens goed.

Ga na waar u fouten maakte in opgaven en probeer te achterhalen waarom.

De testles A33 bevat 30 vragen. Hierbij komen geen gonio-sommetjes voor, maar bij het oplossen van de elektrotechnische vraagstukken hebt u natuurlijk hier en daar wel kennis van de gonio nodig.

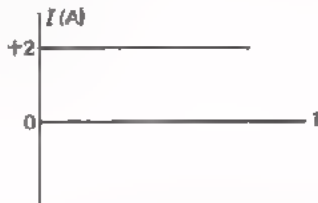
In les A33 kunt u ook bewijzen, dat u enige ervaring hebt in het verrichten van metingen. U krijgt een onbekende spanning aangeboden en met behulp van een oscilloscoop en een universeelmeter moet u b.v. de frequentie, de topwaarde, de gelijkstroomcomponent enz. bepalen.

WISSELSTROMEN EN -SPANNINGEN

In de laatste 8 lessen hebben we enkele belangrijke grondbegrippen van de wisselstroomtheorie aan de orde gesteld. We gaan deze nog eens kort en bondig herhalen. Het is allereerst van belang te weten welke soorten stromen en spanningen er zoal voorkomen.

● Al lang kennen we de *zuivere gelijkstroom*.

We onderscheiden:



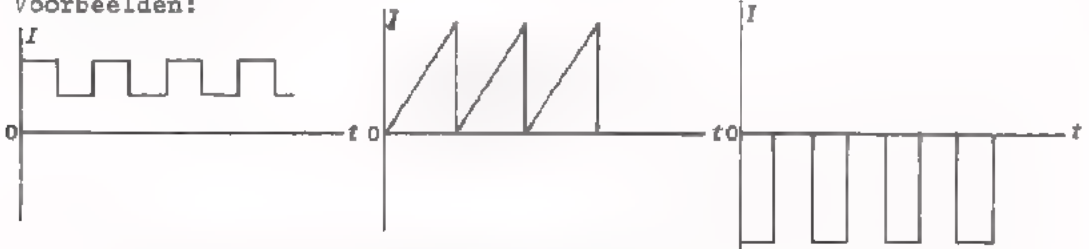
positieve gelijkstroom



negatieve gelijkstroom

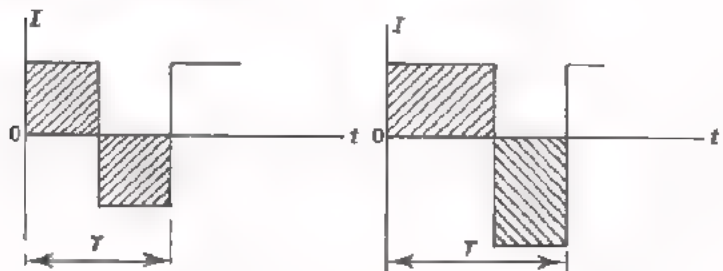
● Daarnaast komt voor de *pulserende gelijkstroom*. De stroom is steeds positief of negatief, maar niet constant van grootte. Bij een pulserende gelijkstroom kan de stroom soms nul worden.

Voorbeelden:

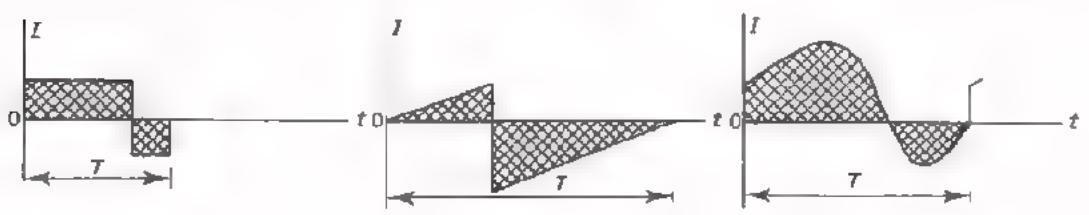


● We hebben vervolgens de *zuivere wisselstroom*. Hierbij is het oppervlak beneden en boven de tijd-as per periode gelijk.

Enige voorbeelden:

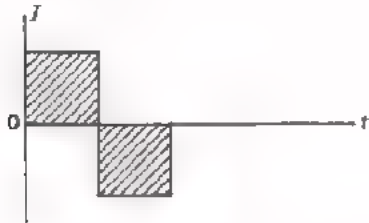


● Tenslotte nog de *onzuivere wisselstroom*. Gedurende een deel van een periode is de stroom positief en gedurende een ander deel negatief. De oppervlakken onder en boven de tijd-as zijn per periode niet gelijk.

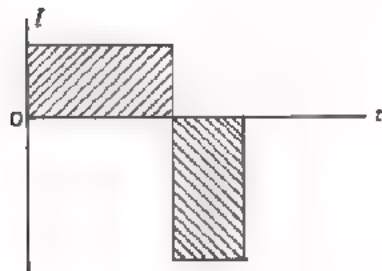


SYMMETRISCHE EN NIET-SYMMETRISCHE WISSELSTROOM

Bij zuivere wisselstromen kan men nog volgend onderscheid maken:



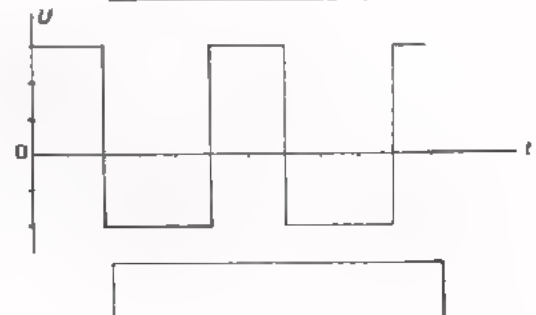
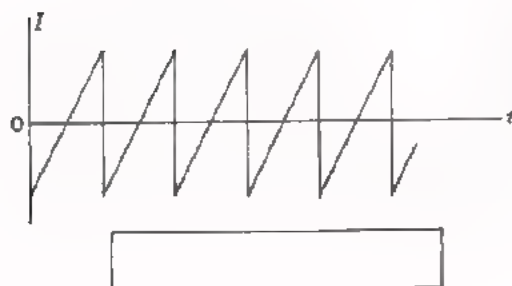
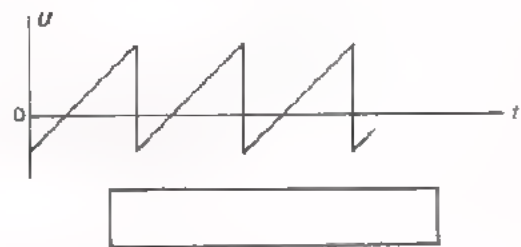
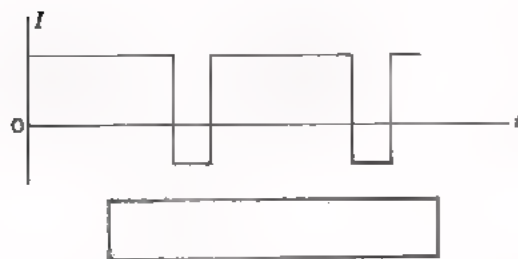
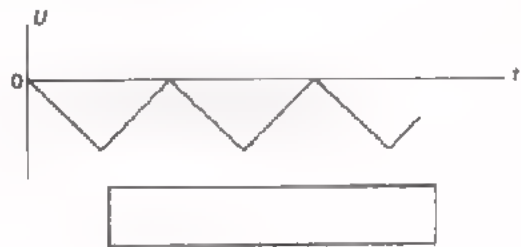
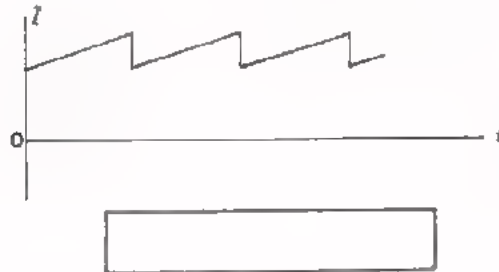
Bij deze wisselstroom is in één periode het oppervlak boven en onder de tijd-as even groot. Het is dus een *zuivere* wisselstroom. Bovendien zijn de oppervlakken gelijk van vorm. Zo'n zuivere wisselstroom heet *symmetrisch*.



Dit is ook een *zuivere* wisselstroom. De oppervlakken zijn even groot. Zij hebben echter niet dezelfde vorm; daarom is dit een *niet-symmetrische* zuivere wisselstroom.

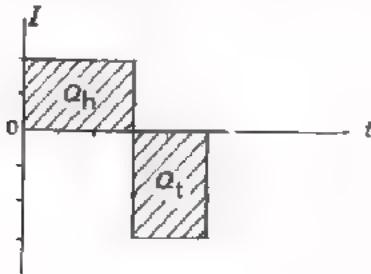
OEFENING

Zet bij onderstaande stroom- en spanningsvormen de naam van de soort. Vermeld ook of zij symmetrisch of niet-symmetrisch zijn.



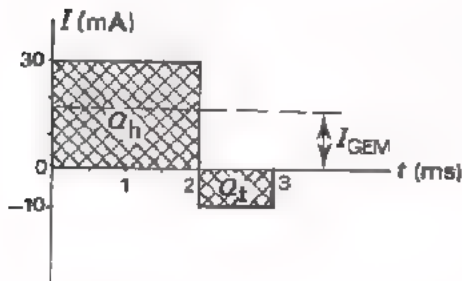
DE GEMIDDELDE WAARDE

- De gemiddelde waarde van een zuivere wisselstroom is nul.



Per periode gaat er evenveel lading heen als terug. Gemiddeld is er geen verplaatsing van lading; gemiddeld loopt er geen stroom.

- De gemiddelde waarde van een onzuivere wisselstroom is niet gelijk aan nul.



Q_h is veel groter dan Q_t . Gemiddeld is er dus een verplaatsing van heengaande lading, zodat er gemiddeld een heengaande stroom loopt.

Deze gemiddelde stroom bepalen we als volgt:

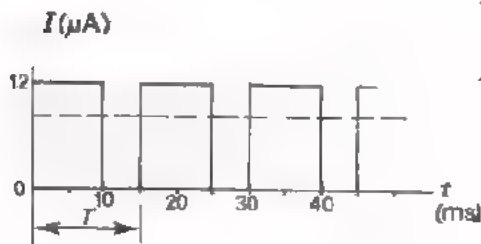
$$I_{\text{gem}} = \frac{Q_h - Q_t}{T}$$

$$= \frac{\text{opp. boven tijdas} - \text{opp. onder tijdas}}{\text{periodetijd}}$$

In bovenstaand voorbeeld:

$$I_{\text{gem}} = \frac{30 \cdot 2 - 10 \cdot 1}{3} = \frac{60 - 10}{3} = \frac{50}{3} = 16\frac{2}{3} \text{ mA.}$$

- De gemiddelde waarde van een pulserende gelijkstroom bepalen we op dezelfde manier.

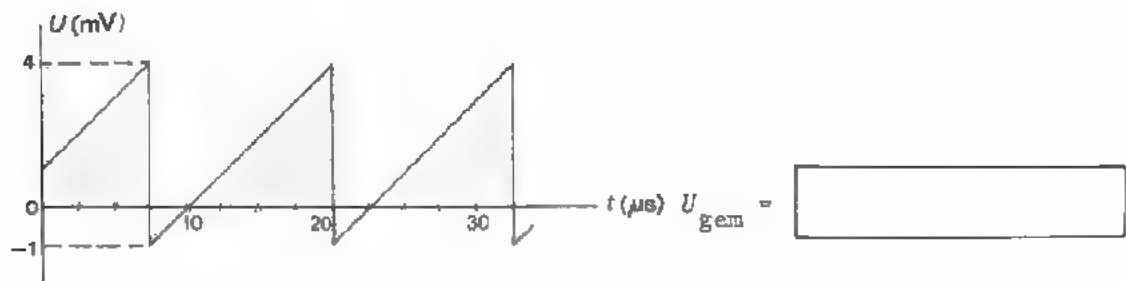
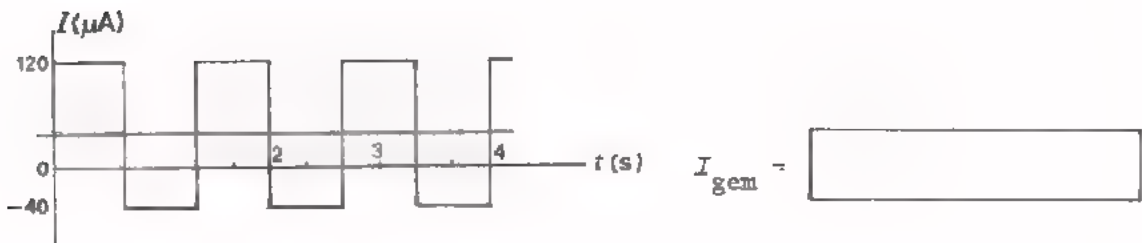
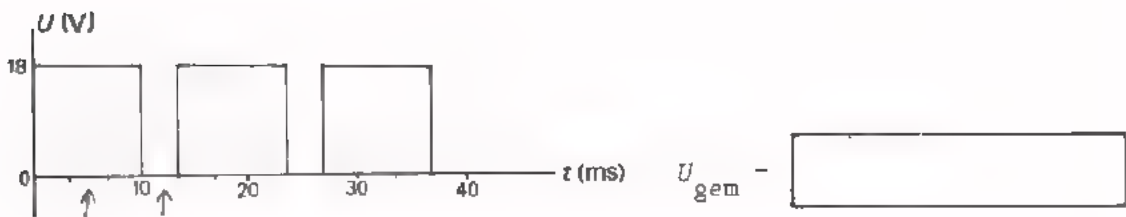
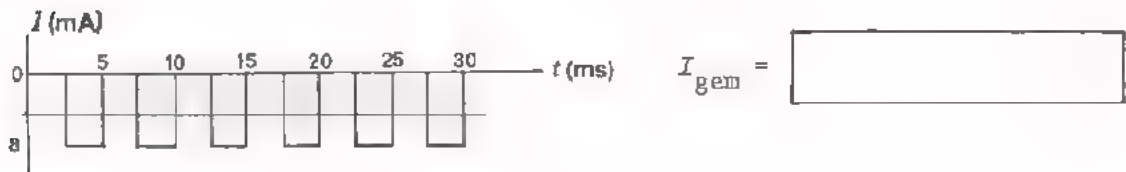


$$I_{\text{gem}} = \frac{\text{opp. boven tijdas} - \text{opp. onder tijdas}}{\text{periodetijd}}$$

$$I_{\text{gem}} = \frac{12 \cdot 10 - 0}{15} = \frac{120}{15} = 8 \text{ µA.}$$

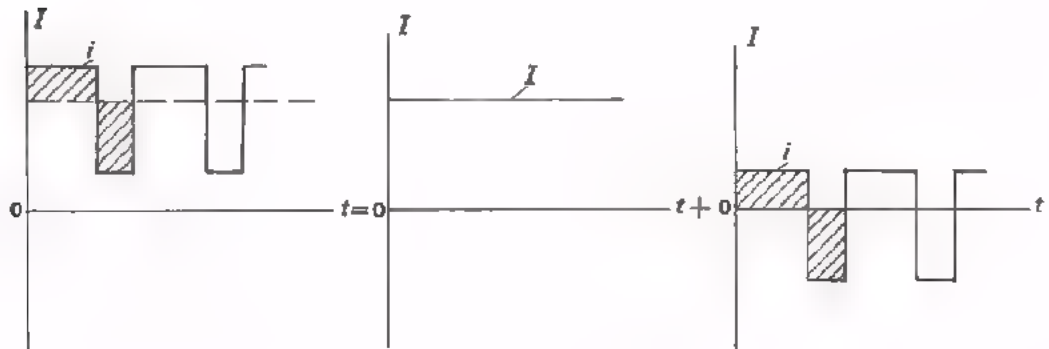
NOEFENINGEN

Bereken de gemiddelde waarden van volgende stromen en spanningen en geef deze door middel van een streeplijn in de figuur aan.



DE OPBOUW VAN PULSERENDE GELIJKSTROMEN EN ONZUIVERE WISSELSTROMEN

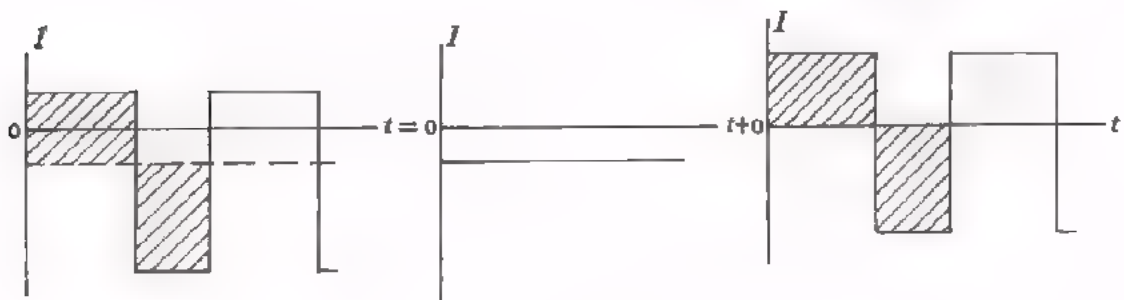
- Een pulserende gelijkstroom kan men opgebouwd denken uit een "stuk zuivere gelijkstroom" en een "stuk zuivere wisselstroom". Wat netter gezegd: een pulserende gelijkstroom bestaat uit een zuivere gelijkstroomcomponent en een zuivere wisselstroomcomponent.



Deze pulserende gelijkstroom i = zuivere gelijkstroom I + zuivere wisselstroom i

- Een onzuivere wisselstroom bestaat ook uit een zuivere gelijkstroom- en een zuivere wisselstroomcomponent.

Voorbeeld:

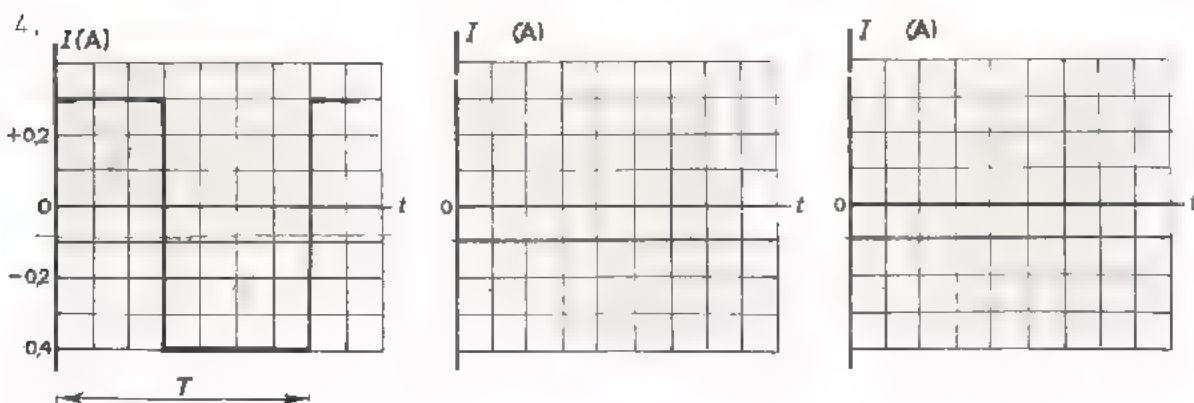
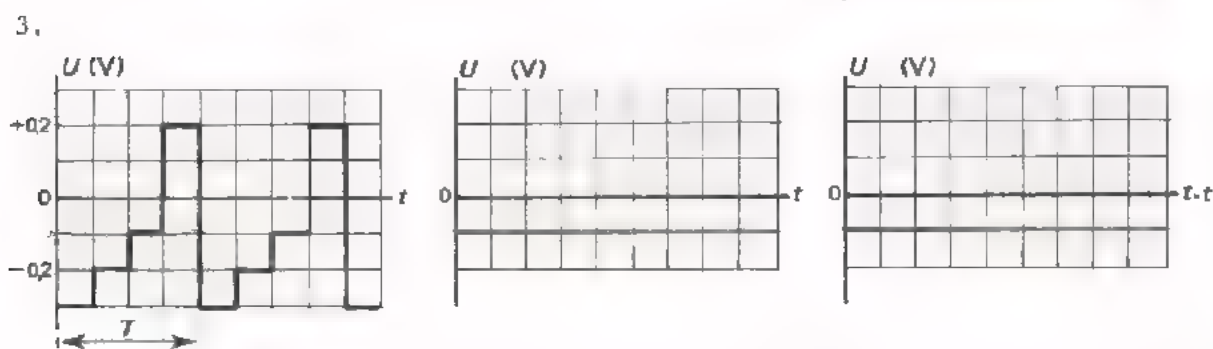
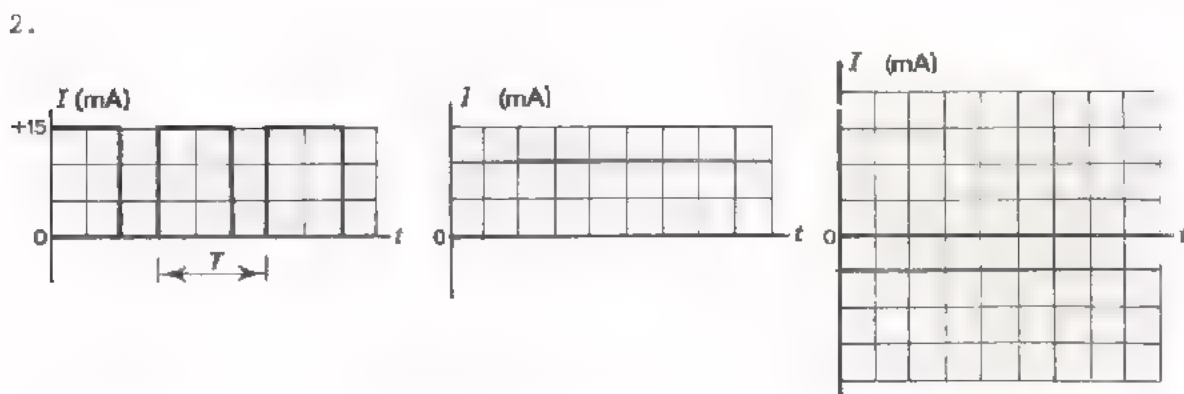
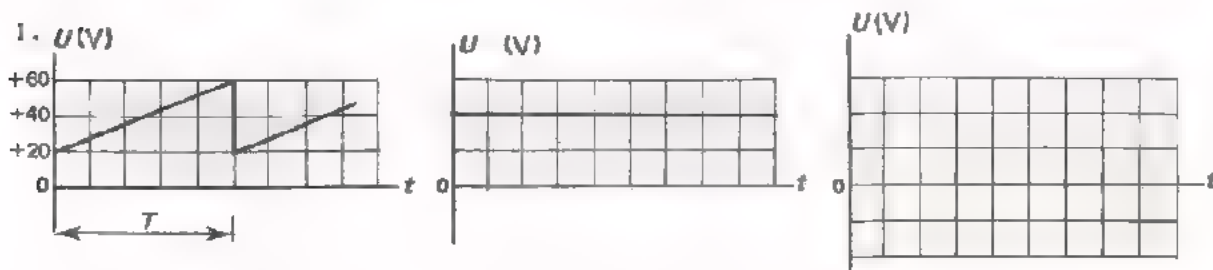


Deze onzuivere wisselstroom i = zuivere gelijkstroom I + zuivere wisselstroom i

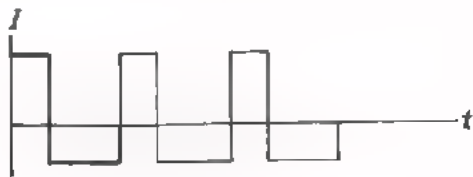
Voor pulserende gelijkspanningen en onzuivere wisselspanningen geldt iets dergelijks.

OEFENINGEN

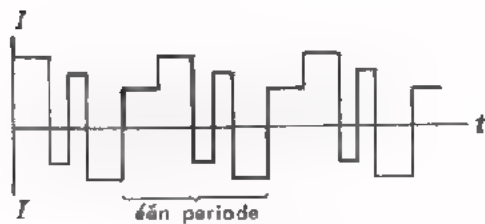
Hieronder zijn enige stroom- en spanningsvormen gegeven. Teken naast de gegeven grafiek telkens die van de zuivere gelijkstroom/spanningscomponent en van de zuivere wisselstroom/spanningscomponent.



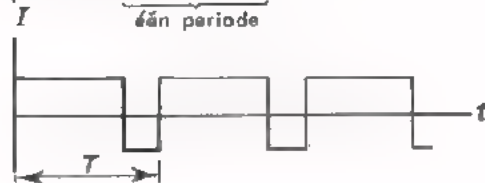
ENKELE WISSELSTROOMBEGRIPPEN



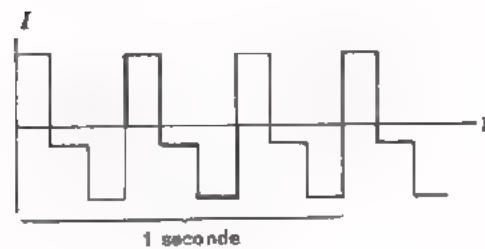
Een *wisselstroom* is een stroom die d n weer de ene kant, d n weer de andere kant op gaat; een "heen en weer gaande" stroom.



Een *periode* is een kleinste stuk van een wisselstroom dat zich steeds herhaalt.



De *periodetijd T* is de tijdsduur van  n periode van een wisselstroom.



De *frequentie f* van een wisselstroom is het aantal perioden dan in  n seconde optreedt: in nevenstaand voorbeeld is $f = 3 \text{ Hz}$. Algemeen geldt:

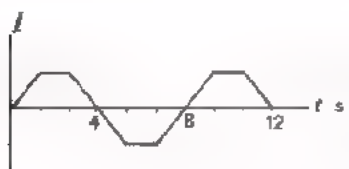
$$f = \frac{1}{T} \quad \text{en} \quad T = \frac{1}{f}$$

OEFENINGEN

1. Vul de ontbrekende waarden in.

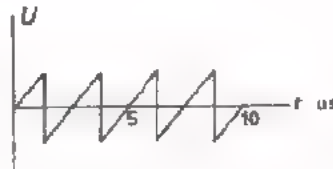
f		4 kHz		10 MHz		50 Hz		$\frac{1}{3} \text{ Hz}$
T	2 ms		5 s		2 s		1 minuut	

2. Vul onder de grafieken de waarden van T en f in. Geef telkens eerst bij de grafiek  n periode aan.



$T =$

$f =$



$T =$

$f =$



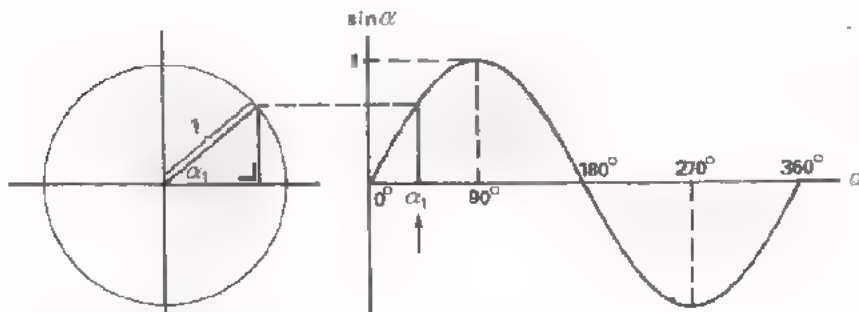
$T =$

$f =$

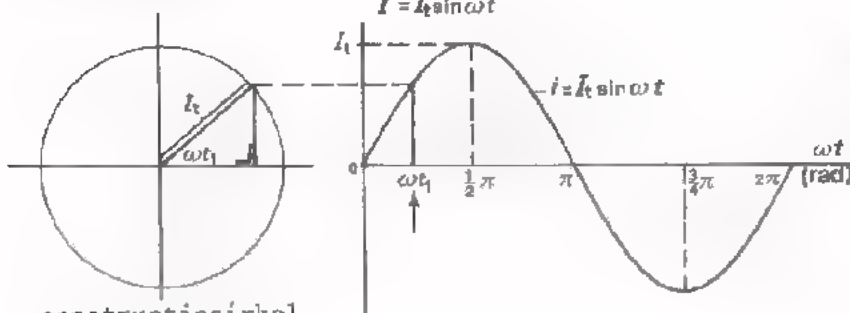
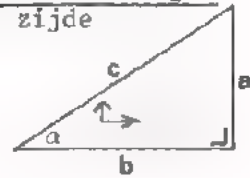
SINUSVORMIGE WISSELSTROOM

Bij sinusvormige wisselstroom (resp. spanning) verloopt de grafiek van de momentele waarde net zoals de grafiek van de sinus van een hoek.

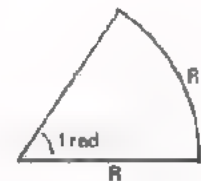
$$\sin \alpha = \frac{a}{c} = \frac{\text{overstaande rechthoekszijde}}{\text{schuine zijde}}$$



eenheids­cirkel met straal = 1



constructie­cirkel met straal I_t



$$360^\circ = 2\pi \text{ rad}$$

$$1^\circ = \frac{2\pi}{360} \text{ rad.}$$

$$1 \text{ rad} = \frac{360}{2\pi} \text{ graden.}$$

ω = hoekfrequentie = de hoek die de straal van de constructiecirkel per seconde doorloopt, uitgedrukt in radialen:

een keer rond = een hoek van 2π radialen;
 in 1 seconde f keer rond = een hoek van $2\pi f$ radialen;
 dus: $\omega = 2\pi f$

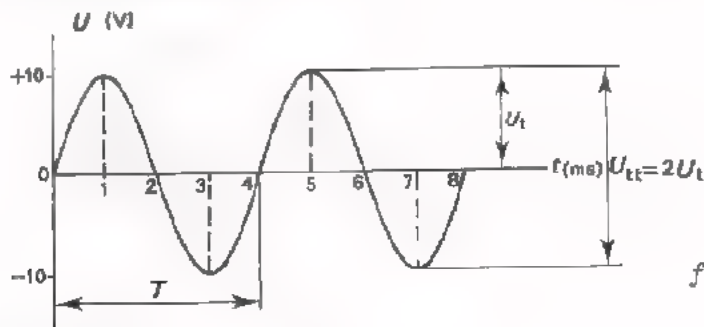
OEFENINGEN

(laat π in de uitkomsten staan):

1. Als $f = 10 \text{ kHz}$, dan is $\omega =$ rad/s
2. Als $\omega = 500 \text{ rad/s}$, dan is $f =$ Hz
3. Als $U_t = 100 \text{ V}$, dan varieert u tussen en
4. Als $I_t = 20 \text{ mA}$, dan is $I_{tt} =$
5. $60^\circ =$ rad ; $3 \text{ rad} =$ graden

HOE EEN SINUSVORMIGE WISSELSpanNING IS VOOR TE STELLEN

DE GRAFISCHE VOORSTELLING



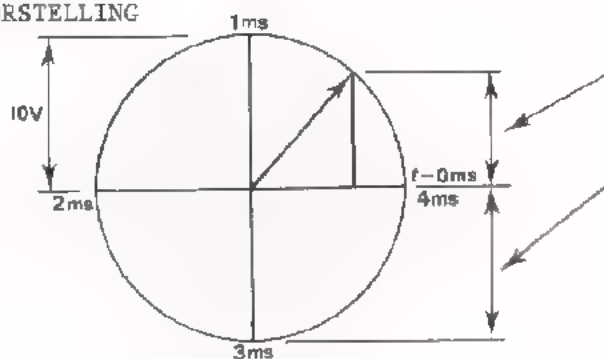
$$U_t = 10 \text{ V}$$

$$U_{tt} = 20 \text{ V}$$

$$U_{gem} = 0 \text{ V}$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{4/1000} = \frac{1000}{4} = 250 \text{ Hz.}$$

DE CIRKEL-VOORSTELLING

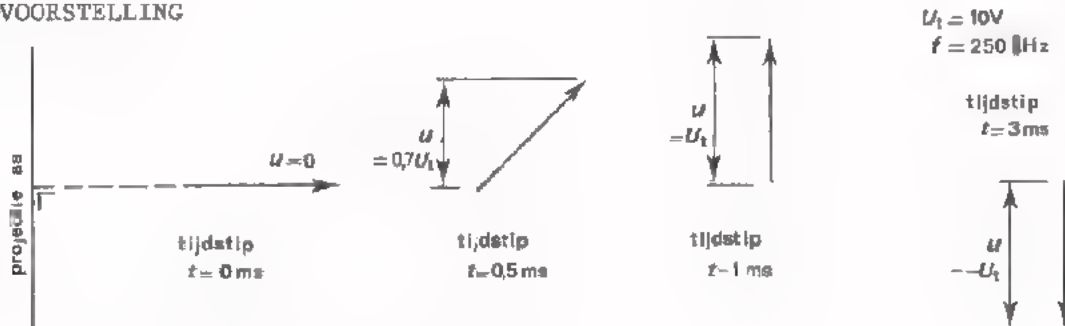


u komt overeen met lengte van loodlijn.

u_t komt overeen met lengte van cirkel-straal.

f = aantal malen dat de straal per seconde ronddraait.

DE VECTOR-VOORSTELLING



De lengte van de vector is een maat voor U_t . Het aantal malen dat de vector per seconde ronddraait is f .

DE FORMULE-VOORSTELLING

$$u = U_t \cdot \sin(2\pi f)t = U_t \cdot \sin \omega t$$

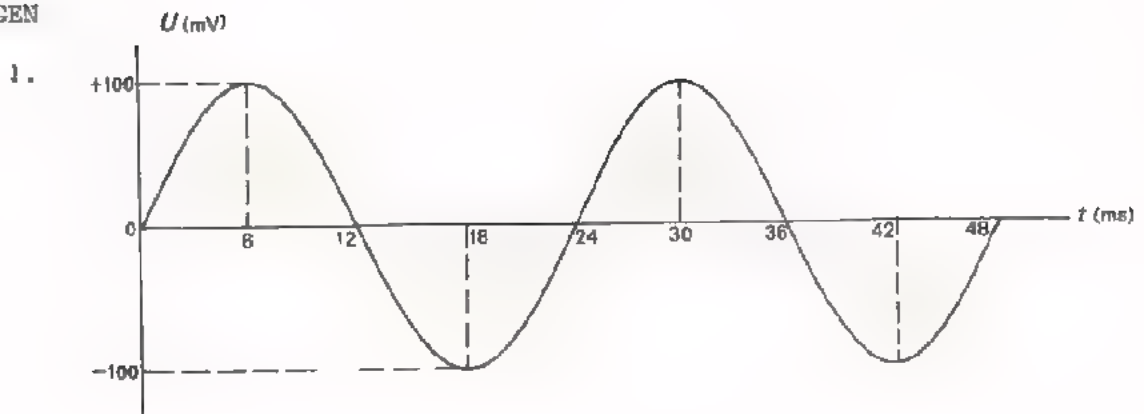
Voor bovenstaand voorbeeld wordt dit:

$$u = 10 \cdot \sin(2\pi \cdot 250)t = 10 \cdot \sin 500 \pi t$$

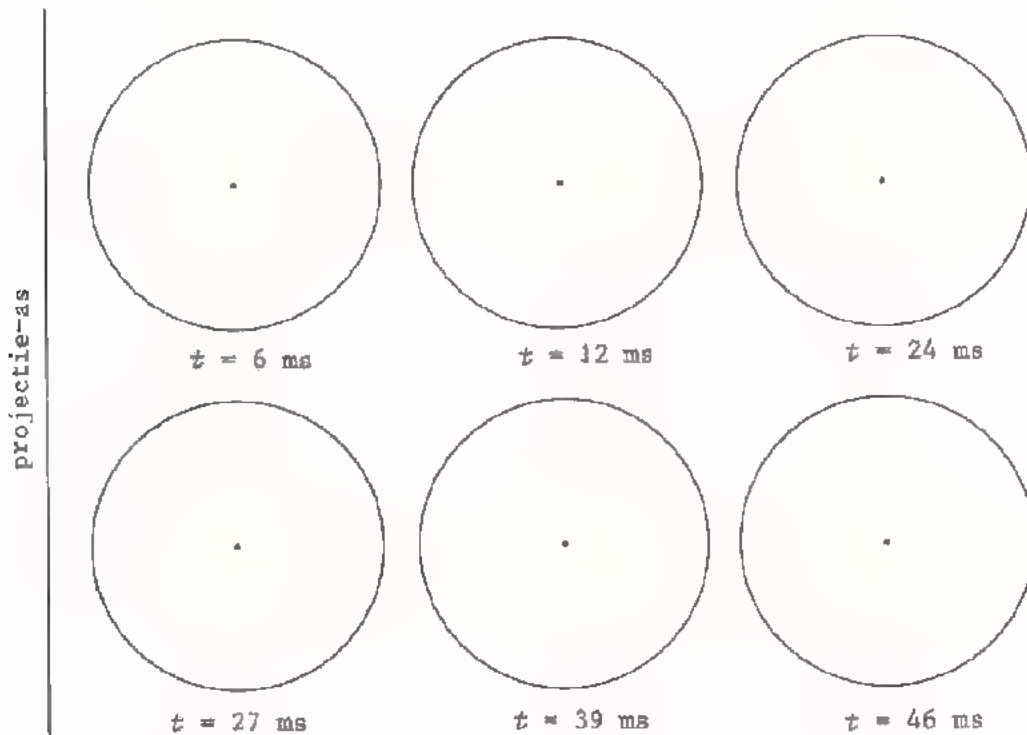
Hierin is $\omega = 500 \pi$ de z.g. *hoekfrequentie*.

Dit is de hoek die de straal in de cirkel-voorstelling (en ook in de vector-voorstelling) per seconde doorloopt.

OEFENINGEN



Teken hieronder de vector-voorstelling van bovenstaande wisselspanning op de vermelde ogenblikken.



Voor deze spanning geldt verder:

$f =$

$U_t =$

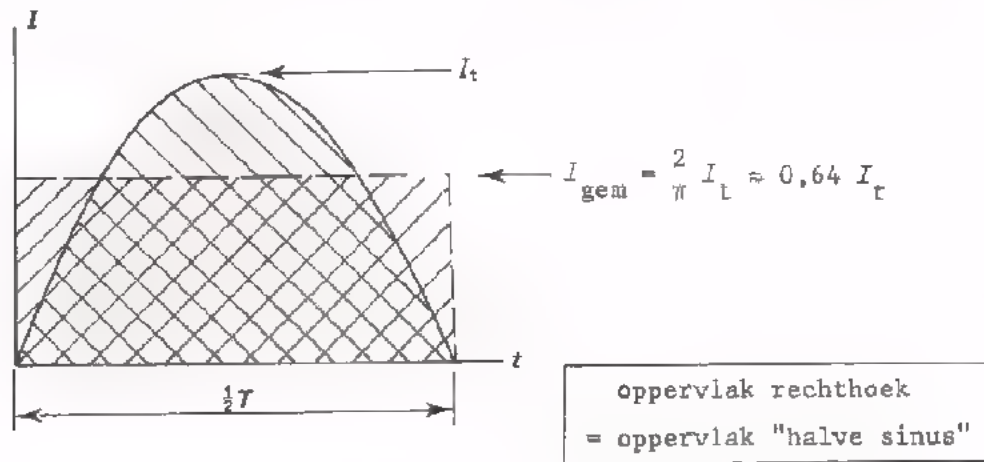
$T =$

$\omega =$

De formule voor u luidt:

$u =$

DE GEMIDDELTE WAARDE VAN EEN HALVE PERIODE VAN SINUSVORMIGE WISSELSTROOM



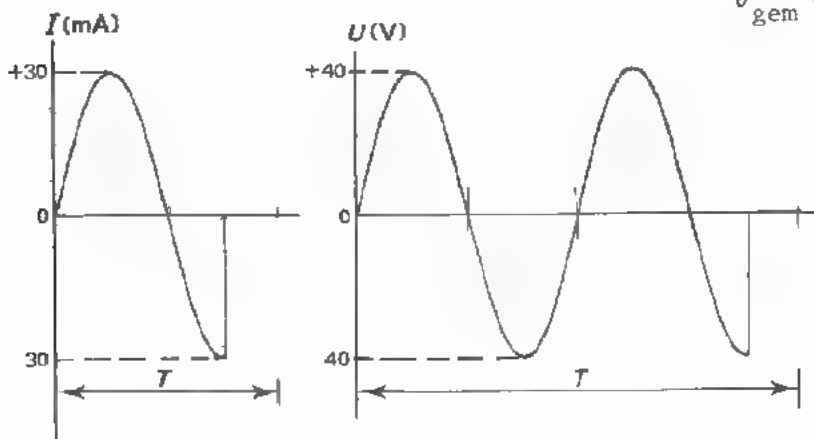
De gemiddelde waarde van een halve periode van een sinusvormige wisselstroom is $\frac{2}{\pi}$ maal de amplitude.

OEFENING

Bepaal van onderstaande stroom en spanning:

$I_{\text{gem}} =$ mA

$U_{\text{gem}} =$ V



DE EFFECTIEVE WAARDE

De effectieve waarde van een wisselstroom of pulserende gelijkstroom is gelijk aan de waarde van de zuivere gelijkstroom die een weerstand even sterk verhit. Door een zuivere gelijkstroom wordt in een weerstand een vermogen ontwikkeld:

$$P = RI^2 = U \cdot I = \frac{U^2}{R}.$$

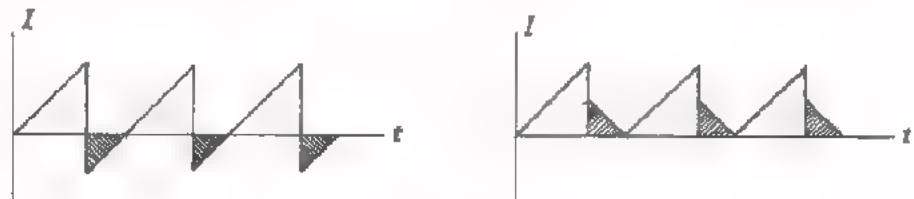
Omdat de effectieve waarde niets anders is dan een zuivere gelijkstroom-waarde met hetzelfde effect, kunnen we bij een wisselstroom of pulserende gelijkstroom zeggen:

$$P = RI_{\text{EFF}}^2 = U_{\text{EFF}} \cdot I_{\text{EFF}} = \frac{U_{\text{EFF}}^2}{R}$$

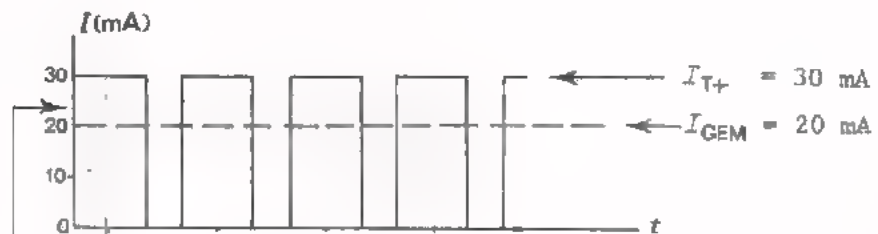
Het berekenen van de preciese effectieve waarde is zonder moeilijke berekeningen als regel niet mogelijk. We kunnen wel enkele vuistregels geven.

- De effectieve waarde van een wisselstroom is gelijk aan die van de pulserende gelijkstroom, die door "omklappen van de negatieve stukken" wordt verkregen.

Voorbeeld:



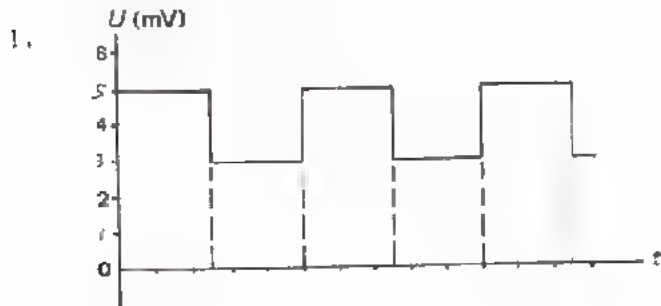
- De effectieve waarde van een (door omklappen verkregen) pulserende gelijkstroom ligt tussen de gemiddelde en de maximale waarde in. De effectieve waarde ligt daarbij dichterbij de gemiddelde dan bij de maximale waarde.



————— de effectieve waarde ligt hier, ongeveer bij 24 mA.

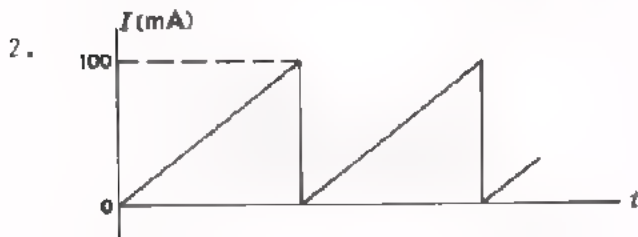
OEFENINGEN

Bepaal in volgende gevallen eerst de gemiddelde waarde. Schat daarna de effectieve waarde.



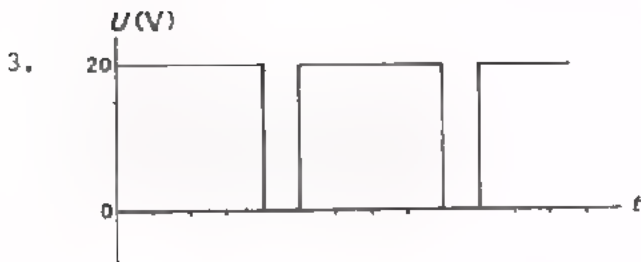
$$U_{GEM} = \boxed{}$$

$$U_{EFF} \approx \boxed{}$$



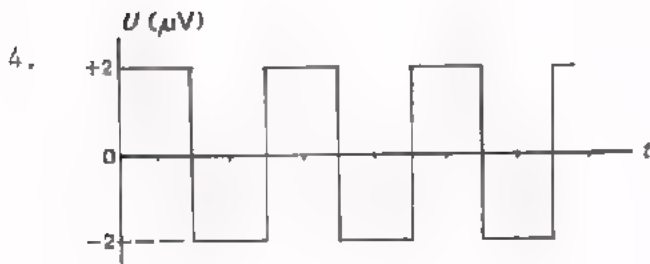
$$I_{GEM} = \boxed{}$$

$$I_{EFF} \approx \boxed{}$$



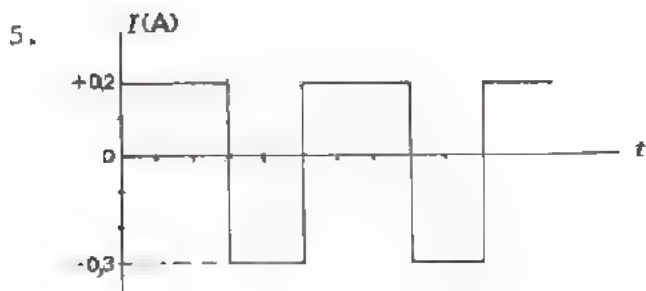
$$U_{GEM} = \boxed{}$$

$$U_{EFF} \approx \boxed{}$$



$$U_{gem} = \boxed{}$$

$$U_{eff} = \boxed{}$$



$$I_{gem} = \boxed{}$$

$$I_{eff} \approx \boxed{}$$

DE EFFECTIEVE WAARDE VAN EEN SINUSVORMIGE WISSELSTROOM EN -SPANNING

De effectieve waarde van een sinusvormige stroom is gelijk aan:

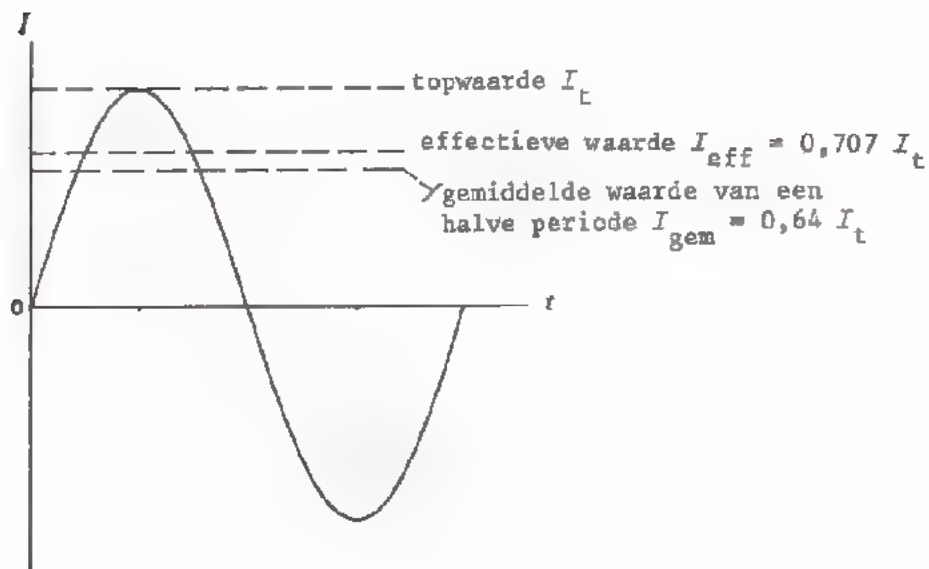
$$\frac{1}{2} \sqrt{2} \quad \text{of} \quad 0,707 \text{ maal de topwaarde}$$

In formule:

$$I_{\text{eff}} = \frac{1}{2} \sqrt{2} I_t = 0,707 I_t$$

Evenzo voor de sinusvormige wisselspanning:

$$U_{\text{eff}} = \frac{1}{2} \sqrt{2} U_t = 0,707 U_t$$



Het wisselstroomvermogen bij sinusvormige spanningen en stromen is dus:

$$P = R \cdot I_{\text{eff}}^2 = R \left(\frac{1}{2} \sqrt{2} I_t \right)^2 = \frac{1}{2} R I_t^2$$

$$P = \frac{1}{2} R \cdot I_t^2$$

Evenzo kan men afleiden:

$$P = \frac{1}{2} U_t \cdot I_t$$

en

$$P = \frac{1}{2} \frac{U_t^2}{R}$$

OEFENINGEN

1. Een sinusvormige wisselspanning met een amplitude van 200 V heeft een effectieve waarde:

$$U_{\text{eff}} = \boxed{}$$

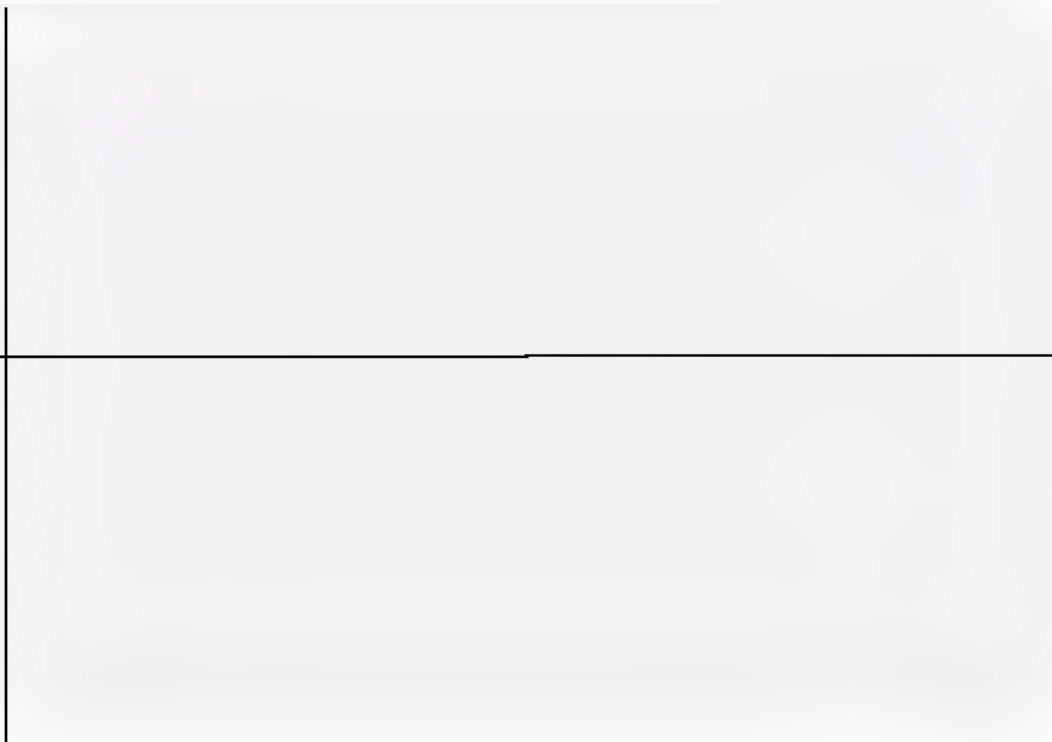
2. Een sinusvormige wisselstroom met een effectieve waarde van 12 mA heeft een amplitude van:

$$I_{\text{t}} = \boxed{}$$

3. Een condensator mag maximaal aan een spanning van 250 V blootgesteld worden. De effectieve waarde van een sinusvormige wisselspanning op deze condensator mag dan hoogstens zijn:

$$U_{\text{eff}} = \boxed{}$$

4. Schets in onderstaande grafiek één periode van een sinusvormige wisselstroom met een effectieve waarde $I_{\text{eff}} = 10 \text{ mA}$ en een frequentie van 200 Hz. Breng langs de assen zelf handige schalen aan.



GEHEUGENSTEUN

Graden	Sinus	Cosinus	Tangens	Cotangens	
0	0,000	1,000	0,000	∞	90
1	0,018	1,000	0,018	57,290	89
2	0,035	0,999	0,035	28,636	88
3	0,052	0,999	0,052	19,081	87
4	0,070	0,998	0,070	14,301	86
5	0,087	0,996	0,038	11,430	85
6	0,105	0,995	0,105	9,514	84
7	0,122	0,993	0,123	8,144	83
8	0,139	0,990	0,141	7,115	82
9	0,156	0,988	0,158	6,314	81
10	0,174	0,985	0,176	5,671	80
11	0,191	0,982	0,194	5,145	79
12	0,208	0,978	0,213	4,705	78
13	0,225	0,974	0,231	4,332	77
14	0,242	0,970	0,249	4,011	76
15	0,259	0,966	0,268	3,732	75
16	0,276	0,961	0,287	3,487	74
17	0,292	0,956	0,306	3,271	73
18	0,307	0,951	0,325	3,078	72
19	0,326	0,946	0,344	2,904	71
20	0,342	0,940	0,364	2,748	70
21	0,358	0,934	0,384	2,605	69
22	0,375	0,927	0,404	2,475	68
23	0,391	0,921	0,425	2,356	67
24	0,407	0,914	0,445	2,246	66
25	0,423	0,906	0,466	2,145	65
26	0,438	0,899	0,488	2,050	64
27	0,454	0,891	0,510	1,963	63
28	0,470	0,883	0,532	1,881	62
29	0,485	0,875	0,554	1,804	61
30	0,500	0,866	0,577	1,732	60
31	0,515	0,857	0,601	1,664	59
32	0,530	0,848	0,625	1,600	58
33	0,545	0,839	0,649	1,540	57
34	0,559	0,829	0,675	1,483	56
35	0,574	0,819	0,700	1,428	55
36	0,588	0,809	0,727	1,376	54
37	0,602	0,799	0,754	1,327	53
38	0,616	0,788	0,781	1,280	52
39	0,629	0,777	0,810	1,235	51
40	0,643	0,766	0,839	1,192	50
41	0,656	0,755	0,869	1,150	49
42	0,669	0,743	0,900	1,111	48
43	0,682	0,731	0,933	1,072	47
44	0,695	0,719	0,965	1,036	46
45	0,707	0,707	1,000	1,000	45
	Cosinus	Sinus	Cotangens	Tangens	Graden

1 cal = 0,24 J

1 J = 2,4 cal

the 1990s, the number of people in the world who are illiterate has increased from 1.1 billion to 1.5 billion (UNESCO 2003).

There are a number of reasons for this increase. One of the main reasons is that the population of the world is growing rapidly. In 1990, the world population was 5.3 billion. In 2003, it was 6.1 billion. This means that there are 800 million more people in the world than there were in 1990. This increase in population has led to a corresponding increase in the number of illiterate people.

Another reason for the increase in illiteracy is that the quality of education has declined in many parts of the world. In the 1990s, many countries were unable to provide their citizens with a basic education. This was due to a number of factors, including a lack of funding, a shortage of teachers, and a lack of infrastructure. As a result, many children who were enrolled in school were unable to learn the basic skills needed for literacy.

Finally, there is a growing gap between the rich and the poor in many parts of the world. This gap has led to a corresponding increase in the number of people who are unable to afford a basic education. In many cases, children are forced to work to help support their families, leaving them with no time to go to school. This has led to a significant increase in the number of illiterate people in the world.

Conclusion

The world is facing a significant challenge in the form of increasing illiteracy. This is a problem that has the potential to have a devastating impact on the lives of billions of people. It is essential that we take action to address this problem if we are to ensure a better future for all.

References

- UNESCO (2003) *Global Education Trends*. Paris: UNESCO.
- World Bank (2003) *World Development Report 2003: Sustainable Development in Practice*. Washington, DC: World Bank.

Appendix

The following table provides a summary of the data presented in the main text of the article. It shows the number of illiterate people in the world from 1990 to 2003, as well as the percentage of the population that is illiterate.

Year	Number of illiterate people (in billions)	Percentage of population that is illiterate
1990	1.1	20.8%
2003	1.5	24.6%

the 1990s, the number of people in the UK who are aged 65 and over has increased from 10.5 million to 13.5 million, and the number of people aged 75 and over has increased from 4.5 million to 6.5 million (Office for National Statistics 2000).

There is a growing awareness of the need to address the needs of older people, and the need to ensure that they are able to live independently in their own homes for as long as possible. This has led to a number of initiatives, including the development of new housing schemes, the provision of services to support older people in their homes, and the development of new models of care.

One of the key challenges is to ensure that older people are able to live independently in their own homes for as long as possible. This requires a range of services, including housing, health care, and social care. The challenge is to ensure that these services are coordinated and integrated, so that older people can receive the support they need in a timely and effective way.

There is a growing awareness of the need to address the needs of older people, and the need to ensure that they are able to live independently in their own homes for as long as possible. This has led to a number of initiatives, including the development of new housing schemes, the provision of services to support older people in their homes, and the development of new models of care.

One of the key challenges is to ensure that older people are able to live independently in their own homes for as long as possible. This requires a range of services, including housing, health care, and social care. The challenge is to ensure that these services are coordinated and integrated, so that older people can receive the support they need in a timely and effective way.

There is a growing awareness of the need to address the needs of older people, and the need to ensure that they are able to live independently in their own homes for as long as possible. This has led to a number of initiatives, including the development of new housing schemes, the provision of services to support older people in their homes, and the development of new models of care.

One of the key challenges is to ensure that older people are able to live independently in their own homes for as long as possible. This requires a range of services, including housing, health care, and social care. The challenge is to ensure that these services are coordinated and integrated, so that older people can receive the support they need in a timely and effective way.

There is a growing awareness of the need to address the needs of older people, and the need to ensure that they are able to live independently in their own homes for as long as possible. This has led to a number of initiatives, including the development of new housing schemes, the provision of services to support older people in their homes, and the development of new models of care.

One of the key challenges is to ensure that older people are able to live independently in their own homes for as long as possible. This requires a range of services, including housing, health care, and social care. The challenge is to ensure that these services are coordinated and integrated, so that older people can receive the support they need in a timely and effective way.